BIBLIOTHECAE
ELECTORALIS
MONACENSIS.
Ch. Wink. del.
Söchler sc. 1779.

~~fk. 2730.~~

Math. u. 20k-22

Mathesis. Systeem. & methodi IAL.

R

Anfangsgründe
der
Mathematik,
zum Gebrauche
der mathematischen Schule des kaiserl. königl.
Artilleriekorps.

Zweiter Teil.
Die Geometrie.

Zweiter Band.

Verfaßt

Von Leopold Unterberger,
Maior und öffentlichen Lehrer der Mathematik bei dem kaiserl. königl. Feldartilleriekorps.

WIEN,
gedruckt bey Joh. Thom. Edl. v Trattnern,
kaiserl. königl. Hofbuchdruckern und Buchhändlern.

1776.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Praktischer Teil
der
Geometrie.

Erster Abschnit.
Von der geradlinigten Trigonometrie.

Erstes Hauptstück.
Von der geradlinigten Trigonometrie überhaupt, wie auch von den Sinustafeln und ihren Gebrauche.

Erklärung.

§. 420.

Die Trigonometrie ist die Wissenschaft, aus drei gegebenen Teilen, d. i. Seiten oder Winkeln eines Dreiecks, wodurch dasselbe bestimmet wird, die übrige unbekante Seiten oder Winkel durch Rechnung zu finden.

Diese gegebene Teile des Dreieckes sind nicht wilkührlich, sondern müssen nach §. 33. 34. 35. 51. 102. und 103. beurteilet werden.

Durch drei gegebene Winkel läst sich zwar das Verhältnis der Seiten eines Dreieckes bestimmen, §. 139. niemals aber sind solche hinlänglich die würkliche Grösse derselben zu finden.

Da es zwoerlei Arten von Dreiecken, nemlich geradlinigte, und sphärische giebt, so wird auch die Trigonometrie in die geradlinigte und sphärische eingeteilet, wovon wir aber hier nur die erstere abhandlen, die andere aber den Astronomen und Geographen, zu deren Gebrauche sie eigentlich gehöret, überlassen werden.

Um demnach in der Trigonometrie aus einigen gegebenen Stücken eines Dreieckes die übrigen zu berechnen, bedienet man sich gewiesser gerader Linien anstaat der Winkel, die zwar nicht mit diesen selbst, wohl aber mit den gegen über stehenden Seiten in Proportion stehen, wie wir gleich erklären werden.

Erklärung.

Fig. 1. §. 421. Wenn in einem Winkel HAC, von einem Ende H seines Bogens HC eine Perpendikular HB auf dem andern Schenkel AC gezogen wird, so wird dieselbe der Sinus des Winkels, oder des Bogens genent. Eben so ist OH der Sinus des Winkels HAD, wenn sie von dem Ende H des Bogens auf AD perpendikular gezogen wird.

Zu-

Zusatz.

§. 422. Weil der Winkel DAH das Complement von HAC auf 90 grade ist, §. 25. so wird der Sinus HO desselben auch der **Sinus des Complements**, oder der **Cosinus des Winkels HAC** genent, und umgekehrt.

Erklärung.

§. 423. Der **Sinus versus** eines Winkels ist iener Teil des Radius, der von dem Bogen, und dem Sinus desselben abgeschnitten wird.

So ist z. B. BC der Sinus versus von dem Winkel **HAC**, und **DO** von **HAD**.

Erklärung.

§. 424. Wenn man am Ende des Radius AC eines Winkels FAC eine Perpendikular CF bis an den andern Schenkel AF aufrichtet, so wird sie die **Tangente** des Winkels oder des Bogens genennet.

So ist **DG** die Tangente des Winkels **DAG**.

Zusatz.

§. 425. Weil der Winkel DAG das Complement des Winkels GAC auf 90° ist, so wird seine Tangente DG auch die Tan-

gente des Complements oder Cotangens des Winkels GAC genent, und umgekehrt.

Erklärung.

§. 426. Die Sekante eines Winkels oder Bogens ist der bis an die Tangente verlängerte schräge Schenkel desselben.

So ist AF die Sekante von dem Winkel FAC, und AG von DAG.

Zusatz.

§. 427. Von den zwo Sekanten AG, und AF wird allezeit eine die Cosekante der andern genennet, weil ihre Winkel zusammen 90 Grade ausmachen, und folglich einer des andern Complement ist.

Zusatz.

§. 428. Aus denen gegebenen Erklärungen der Sinussen, Tangenten und Sekanten, folget:

1. Je grösser der Bogen eines Winkels ist, der weniger als 90 Grade hat, ie grösser ist auch dessen Sinus, Sinus versus, Tangent und Sekant; hingegen wird dessen Cosinus, Cotangent und Cosekant um so kleiner.

2. Der Sinus eines Winkels von 90 Graden fält zulezt auf die Linie AD, und

ist

ist dem Radius gleich, weswegen er auch als der Gröste von allen, der Sinus totus genennet wird. Dessen Sinus versus ist ebenfals dem Radius AC gleich; seine Tangente, und Sekante aber müssen unendlich gros sein, und dessen Cotangent und Cosekant sind = 0.

3. Sind die Winkel stumpf wie IAH, so werden ihre Sinüsse, Tangenten und Sekanten um so kleiner, ie mehr sie von einen rechten Winkel abweichen, und sind mit dem Sinussen, Tangenten und Sekanten, ihrer Supplementswinkel auf 180 Grade einerlei.

So ist z. B. HB sowohl der Sinus des stumpfen Winkels IAH, als seines Supplements GAC, und das nemliche ist von der Tangente FC, und der Sekante FA zu verstehen.

Jedoch wachsen die Sinusse, Tangenten und Sekanten nicht in eben den Verhä!tnis, wie die Anzahl Grade der Winkel, sondern ihre Unterschiede werden von 0 an bis auf 90 Grade immer kleiner, und von 90 bis 180 Grade wiederum grösser.

4. Der Sinus und Cosinus eines Winkels von 45 Graden müssen einander gleich sein, weil der Complementswinkel auf 90 Grade ebenfals 45 Grad ist. Das nemliche mus sich dahero auch von dessen Tangente und Cotangente, die in diesem Falle dem Radius

gleich sind, nicht weniger von der Sekante und Cosekante verstehen.

5. Der Cosinus OH eines Winkels HAC ist = AB, weil OH und AB, ferner AO und BH parallel sind; §. 56. derowegen ist der Sinus versus BC der Unterschied zwischen dem Radius und dem Cosinus eines Winkels.

6. Wenn der Sinus HB eines Winkels HAC bis in R, als an den entgegen stehenden Umkreis verlängert wird, so ist HR eine Sehne des Winkels HAR. Weil nun HR und AC aufeinander perpendikular stehen §. 421. so wird die Sehne HR in B, und der Bogen HCR in C durch die Linie AC in zween gleiche Teile geteilet §. 59.; derowegen ist auch der Winkel HAC = CAR, und der Sinus HB des Winkels HAC ist die Hälfte der Sehne HR eines doppelten Winkels HAR.

7. Da in einem gleichseitigen Dreieck, worin ieder Winkel 60 Grad hat §. 98. allezeit eine Seite als die Sehne des ihr entgegen stehenden Winkels, die andern zwo aber als Radien anzusehen sind, §. 118. so ist die Sehne eines Winkels von 60 Graden dem Radius gleich; und weil nach N. 6. der Sinus eines Winkels die Hälfte der Sehne eines doppelten Winkels ist, so mus nohtwendig der Sinus eines Winkels von 30 Graden dem halben Radius gleich sein.

8. In iedem rechtwinkelichten Dreiecke ABC, können die Seiten entweder als Sinusse, Tangenten, oder Sekanten der Winkel betrachtet werden; denn sehen wir AC als den Sinus totus an, und ziehen aus A den Bogen CD, und aus C den Bogen AE, so ist BC der Sinus des Winkels A, und AB der Cosinus desselben, oder der Sinus des Winkels C; betrachten wir aber die Seiten AB als den Sinus totus, und ziehen aus A den Bogen BF, so stellet BC die Tangente, und AC die Sekante des Winkels A vor; und nihmt man endlich BC als den Sinus totus an, und ziehet aus C den Bogen BG, so ist AB die Tangente, und AC die Sekante des Winkels C. Fig. 2.

9. Wenn in zweien rechtwinkelichten Dreiecken ein spitziger Winkel gemein ist, so sind sie einander ähnlich, und die gleichnamigte Seiten proportional §. 139. 94. folglich haben die Sinusse, Tangenten und Sekanten gleicher Winkel sowohl zu ihrem Sinus totus, als auch zu einander allezeit einerlei Verhältnis, sie mögen in grossen, oder kleinen rechtwinkelichten Dreiecken beschrieben werden; oder der Sinus totus, d. i. der Radius des Quadrantens mag gros oder klein angenommen werden.

Wilkührlicher Satz.

§. 429. Man nehme den Sinus totus von 10 000 000 000, oder nur von 10000000 Teilen an, und berechne hierauf, wieviel solcher Teile die Sinusse, Tangenten, und Sekanten eines ieden Winkels oder Bogens in dem ganzen Quadranten von Grade zu Grade, und von Minute zu Minute bekommen, so entstehen daraus die sogenante Sinustafeln, auf deren Gebrauche die ganze Trigonometrie beruhet.

Man hat in diesen Tafeln den Sinus totus oder Halbmesser eigentlich von 10000000000 angenommen, weswegen auch der Logarithmus davon 10 oder 10,0000000 wird §. 282. Rechenk.

Da aber zu den Rechnungen gemeiniglich keine so grosse Zahl nöhtig ist, so hat man in den gewöhnlichen Ausgaben der Tafeln die drei leztere Ziffern abgeschnitten, und den Sinus totus nur von 10000000 oder auch gar nur von 100000 angenommen, die Logarithmen aber ungeändert gelassen, deren Kenziffern also nunmehro mit den Zahlen, neben welchen sie stehen, eigentlich nicht mehr übereinstimmen, welches iedoch in den trigonometrischen Rechnungen keine Irrung verursachet.

Diese Tafeln sind nun in den gewöhnlichen Ausgaben zu mehrerer Bequemlichkeit folgendergestalt eingericht. Oberhalb der linken Seite stehen die Zahlen der Grade, und in der ersten Colone von oben hinunter die Minuten, deren Sinusse, Tangenten und Sekanten man gleich darneben findet.

In

In dieser Ordnung gehen sie bis auf den 45sten Grade fort, von welchen sie aber anfangen ruckwärts zu laufen, die Colone der Minuten stehet rechts, und man zählet sie von unten hinauf. Durch diese Einrichtung erhält man den Vorteil, daß man von einem ieden Winkel sogleich den Cosinus die Contangente, und Cosekante darneben findet, welches nicht geschehen könte, wenn sie bis 90° in einem fort giengen. Weil aber das Multipliciren, und Dividiren mit so grossen Zahlen, als die Sinusse, Tangenten und Sekanten sind, in trigonometrischen Rechnungen etwas langweilig und öfters irsam ist, solches aber durch die Logarithmen in die Addition und Subtraktion verwandelt, und folglich die Rechnung dadurch um vieles verkürzt wird, so sind auch noch zu mehreren Bequemlichkeit zu allen natürlichen Sinussen, Tangenten, und Sekanten die Logarithmen in die Tafeln eingetragen worden, damit man sich nach Belieben der einen oder der andern bedienen könne. Uebrigens da die Art die Sinusse, Tangenten und Sekanten zu berechnen etwas weitläufig ist, und es eine sehr mühesame, ia unnütze Arbeit wäre, sie nochmals berechnen zu wollen, so übergehen wir sie billich mit Stillschweigen, und behalten den Platz nützlichern Sachen vor.

Gebrauch der Sinustafeln.

Wenn man demnach aus den Sinustafeln den Sinus, die Tangente, oder Sekante eines Winkels, oder auch den Logarithmen davon verlanget, so zählet man erstlich oben die Grade, und hernach in der Minutencolone die Minuten des gegebe-

nen

nen Winkels, so findet man in derselben Zeile den verlangten Sinus, Tangent oder Sekant, oder ihre Logarithmen.

Ist aber im Gegenteile ein Sinus, Tangent oder Sekant, oder ihr Logarithmus gegeben, und man solle die ihme zukommende Grade und Minuten aufsuchen, so suchet in der Colone der Sinusse, Tangenten oder Sekanten, oder ihrer Logarithmen erstlich in den erstern Ziffern, dann aber in den folgenden solang nach, bis ihr einen findet, der dem gegebenen am nächsten komt, da dann die Grade und Minuten darneben stehen werden.

Ich sage nicht ohne Ursache, daß man den nächsten nehmen solle, weil es sich nicht oft ereignet, daß die gegebene oder durch irgends eine Rechnung erhaltene mit den in den Tafeln gefundenen völlig übereins kommen, indem die Tafeln gewöhnlicher Weise die Sinusse, Tangenten und Sekanten der Winkel nur von Minuten zu Minuten enthalten, und die gegebene öfters auch nebst diesen noch Sekunden bei sich führen. Werden nun in einer genauen trigonometrischen Rechnung auch diese noch zu wissen verlanget, so kan man sie auf folgende Art erhalten: Nemlich man setze es wären zu dem Logarithmus des Sinus 9,5723806 die Grade, Minuten und Sekunden zu finden; so suchet man in den Tafeln den nächst kleinern 9,5723226 auf, der einen Winkel von 21° 56′ anzeiget. Weil aber dieser Logarithmus kleiner als der gegebene, iedoch aber der Unterschied zwischen ihnen keine ganze Minute betragen kan, indem der Logarithmus von 21° 57′ schon grösser als der gegebene ist, so mus der leztere nur um einige

Se-

Sekunden grösser seyn, als der nächst kleinere. Da ferner der Unterschied zwischen den nächst kleinern, und grössern der in gegenwärtigen Falle = 3136 ist, eine ganze Minute, oder 60 Sekunden beträgt, so nihmt man an, daß der Unterschied zwischen dem nächst kleinern und dem gegebenen, welcher = 580 ist, die Anzahl Sekunden, um welche der gegebene grösser als der nächst kleinere ist, proportional sei, setzen wir derowegen die Proportion folgender massen:

$$3136 : 580 = 60'' : x.$$

$$\text{so ist } \frac{580 \times 60''}{3136} = x = 11''.$$

Um welche der Winkel des gegebenen Logarithmus grösser als der nächst kleinere in den Tafeln enthalten ist. Addiret man nun diese noch zu den Winkel $21° 56'$, oder zu den nächst kleinern, so ist der gesuchte Winkel $= 21°. 56'. 11''$.

Wäre aber umgekehrt ein Winkel der auch Sekunden bei sich führet, gegeben, und man sol aus den Tafeln, die nur Minuten enthalten, den zugehörigen Logarithmen finden, so müste die vorige Proportion umgekehrt werden, um den Unterschied zu bekommen, der zum nächst kleinern Logarithmus addiret werden mus, damit derselbe mit dem Sinus des gegebenen Winkels übereinstimme.

Zum Beispiel: es sei der Logarithmus des Sinus eines Winkels von $34°. 52'. 48''$ zu finden, so suchet erstlich den nächst kleineren, nemlich von $34°. 52' = 9{,}7571444$, und die Differenz zwischen den Logarithmen von $34°. 52'$ und von $34°. 53' = 1812$; derowegen setzet:

$$60'' : 48'' = 1812 : x$$

also ist $\frac{1812 \times 48}{60} = x = 1449$,

addiret man nun diese zu dem nächst kleinern Logarithmus:

9,7571444
1449

9,7572893 = 34°. 52'. 48'',

so ist die Summe der verlangte Logarithmus. Auf die nemliche Art hat man auch bei den Tangenten und Sekanten zu verfahren.

Wiewohl nun diese Operation nicht ihre vollkommene Richtigkeit hat, weil die Sinus, Tangenten und Sekanten überhaupt nicht in geometrischer Proportion wachsen oder abnehmen, so ist doch der dadurch begangene Fehler so geringe, daß er besonders bei Winkeln, die nicht unter einen Grad sind, meistens nur einige Einheiten in der lezten Ziffer des Logarithmus beträgt, und daher sicher als unmerklich angesehen werden kan.

Weil aber das Wachsen und Abnehmen der Sinusse um so mehr von der geometrischen Proportion abweicht, ie spitziger die Winkel werden; diese Abweichung aber bei Winkeln, die noch weniger als einen Grad enthalten, schon zimlich beträchtlich wird, und dennoch bei trigonometrischen Rechnungen, besonders aber bei der Reduktion der ausser dem wahren Punkte beobachteten Winkel öfters dergleichen vorkommen, so würde man mit der vor beschriebenen Art, die Sekunden zu finden, nicht genau genug zurecht kommen, derowegen werden wir die Logarithmen der Sinusse von der ersten Sekunde bis 32' am Ende dieses Teiles beifügen.

Zwei-

Zweites Hauptstück.

Von Auflösung rechtwinklichter Dreiecke.

Lehrsatz.

§. 430.

Die Sinus, Tangenten und Sekanten der Winkel eines rechtwinkelichten Dreiecks, stehen mit den ihnen entgegen gesezten Seiten in Proportion.

Beweis: Ziehet in dem rechtwinkelichten Dreiecke ABC aus den Winkel A mit beliebiger Eröfnung des Zirkels den Bogen DF, und aus D die Linie DE senkrecht auf AB; nicht minder aus D den Bogen AG, bis an die verlängerte Linie DE, so sind die Dreiecke AED und ABC einander ähnlich, und ihre Seiten stehen in Proportion, §. 140. N. 2. Dahero ist: Fig. 3.

AD : AE = AC : AB,

oder AD : DE = AC : CB u. s. w.

AD aber ist der Radius des Bogens DF, und kan nach §. 428. N. 2. 8. als der Sinus totus, AE aber nach §. 421. als der Sinus des Winkels D = C, und DE als der Si-

nus

nus des Winkels A angesehen werden. Also stehen die Sinus der Winkel in einem rechtwinkelichten Dreiecke, mit den ihnen entgegen stehenden Seiten in Proportion.

Ziehen wir ferner aus A und D die Bögen IE, und LE anstaat der vorigen, so können wir AD als die Sekante, AE, und DE aber als die Tangenten der Winkel A und D = C ansehen, und von ihnen das nemliche wie bei den Sinussen erweisen, welches auch bereits aus §. 428. N. 8. erhellet.

Zusatz.

§. 431. Da in einem rechtwinkelichten Dreiecke der rechte Winkel schon aus der Bedingung gegeben ist, so kan man, wenn in den Proportionen ausser demselben noch zwei Glieder bekant sind, iedesmal das vierte finden; d. i. wenn in einem rechtwinkelichten Dreiecke, nebst dem rechten Winkel noch zwo Seiten, oder eine Seite und ein Winkel gegeben sind, so lassen sich die übrige berechnen, wie wir in folgenden Aufgaben sehen werden.

Aufgabe.

§. 432. In einem rechtwinkelichten Dreiecke ABC aus den zwo gegebenen Seiten AB und BC, die den rechten Winkel einschliessen, die zween Winkel A und C samt der Hypothenuse AC zu finden.

Fig. 4.

Auf-

Auflösung: 1. Betrachtet eine der gegebenen Seiten, z. B. AB als den Sinus totus, so wird BC die Tangente des Winkels A vorstellen §. 428. N. 8. Derowegen ist

AB : CB = Sin. tot. : Tang. A §. 430.

folglich $\frac{CB \times \text{Sin. tot.}}{AB} = \text{Tang. A.}$

schlägt man nun die erhaltene Tangente in den Tafeln nach, so findet man die Grade, und Minuten des Winkels A; und ziehet man diese von 90° ab, so giebt der Ueberrest den Winkel C.

2. Sehet nunmehro AC als den Sinus totus an, so werden die zwo gegebene Seiten AB, und BC die Sinusse ihrer entgegen stehenden Winkel vorstellen §. 428. N. 8. derowegen ist wiederum

Sin. A : Sin. tot. = BC : AC,

folglich $\frac{\text{Sin. tot.} \times BC}{\text{Sin. A}} = AC.$

Wir wollen die wirkliche Berechnung um mehrer Deutlichkeit willen, sowohl mit natürlichen Sinussen und Tangenten, als auch mit ihren Logarithmen hersetzen, inskünftige aber kürze halber uns allemal der Logarithmen bedienen.

Es sei demnach die Seite AB = 2465°, und BC = 3742°, wenn wir uns also der natürlichen Sinusse und Tangenten bedienen, so ist

AB : BC = Sin. tot. : Tang. A.

2465 : 3742 = 100000 : Tang. A.

also ist $\frac{100000 \times 3742}{2465} = 151805$ Tang. A.

welche in den Tafeln einem Winkel von 56°, 37′ am nächsten komt, und 90° — 56°, 37′ = 33°. 23′ = C.

Gebrauchet man aber die Logarithmen, so hat man, nach Aufsuchung derselben in den Tafeln, nur zu setzen:

Log.: Sin. tot. = 100000000
Log.: BC = 35731038

135731038
Log.: AB = 33918169

10,1812869 Log. Tang. A.

Die in den Tafeln einen Winkel von 56°. 37′ am nächsten komt. Wolte man nun auch noch die Sekunden, so der Winkel nebst den Minuten bei sich hat, wissen, so müste man nach der obbeschriebenen Art verfahren.

Um die Seite AC durch die natürliche Sinus zu finden, setzet nach obiger Proportion:

Sin. A : Sin. tot. = CB : AC.
83501 : 100000 = 3742 : AC.

folglich $\frac{100000 \times 3742}{83501} = AC = 4481$

und durch die Logarithmen:

Log. Sin. tot. 10,0000000
Log. CB 35731038

13,5731038
Log. Sin. A 9,9216906

3,6514132 Log. AC

dessen nächst kleinere natürliche Zahl 4481 ist.

Wol-

Wolte man aber auch den Bruch der noch darüber ist, haben, so müste man nach §. 287. Rechenk. verfahren.

Aufgabe.

§. 433. Aus der gegebenen Hypothenuse AC, und der Seite AB die andere Seite BC, und die zween spitzige Winkel A, und C zu finden.

Auflösung: 1. Betrachtet AC als den Sinus totus, so werden die andern zwo Seiten die Sinus ihrer entgegen gesezten Winkel vorstellen, und wir können setzen:

$$AC : AB = \text{Sinus totus} : \text{Sin. C},$$

folglich ist $\frac{\text{Sin. tot.} \times AB}{AC} = \text{Sin. C.}$

Ziehet man nun den gleich gefundenen Winkel C von 90° ab, so verbleibt der Winkel A.

2. Um die Seite BC zu bekommen, setzet:

$$\text{Sin. tot.} : \text{Sin. A} = AC : BC,$$

so ist $\frac{\text{Sin. A} \times AC}{\text{Sin. tot.}} = BC.$

Wenn wir annehmen, daß AC = 124° Kl. AB = 82 Kl. so geschiehet die wirkliche Auflösung durch Logarithmen auf folgende Weise:

Log. Sin. tot. = 10,0000000
Log. AB = 19138139

11913813 9
Log. AC = 20934217

9,8203922 Log. Sin. C = 41°. 23'.

Also ist 90° — 41°, 23' = 48°, 37' = A,
und um die Seite BC zu finden:
Log. Sin. A 9,8752369
Log. AC = 2,0934217

11968658 6
Log. Sin. tot. 10000000 0

1,9686586 Log. BC = 93. Kl.

Diese Aufgabe läst sich auch noch anders auflösen, nemlich wenn man AB als den Sinus totus ansieht, so ist AC die Sekante und BC die Tangente des Winkels A; derowegen kan man um A zu finden, seßen:

AB : AC = Sin. tot. : Sek. A,

und um BC zu bekommen:

Sin. tot. : Tang. A = AB : BC.

Aufgabe.

§. 434. Aus der gegebenen Seite AB, samt den spizigen Winkel A die Hypothenuse AC, und die Seite BC zu finden.

Auflösung: 1. Sehet AB als den Sinus totus an, so ist BC die Tangente des Winkels A; folglich ist

Sin. tot. : Tang. A = AB : BC,

$$\text{und } \frac{\text{Tang. A} \times \text{AB}}{\text{Sin. tot.}} = \text{BC.}$$

2. Betrachtet AC als den Sinus totus, und BC als den Sinus des Winkels A, so ist:

$$\text{Sin. A} : \text{Sin. tot.} = \text{BC} : \text{AC},$$

$$\text{und } \frac{\text{BC} \times \text{Sin. tot.}}{\text{Sin. A}} = \text{AC}.$$

Diese Aufgabe läst sich ebenfals noch auf andere Art auflösen, wenn man erstlich den Winkel C suchet, indeme man A von 90° abziehet, dann aber AC als den Sinus totus, und AB als den Sinus des Winkels C betrachtet, so ist erstlich:

$$\text{Sin. C} : \text{Sin. A} = \text{AB} : \text{BC},$$

$$\text{folglich } \frac{\text{Sin. A} \times \text{AB}}{\text{Sin. C}} = \text{BC}.$$

$$\text{Zweitens Sin. C} : \text{Sin. tot.} = \text{AB} : \text{AC},$$

$$\text{und also } \frac{\text{AB} \times \text{Sin. tot.}}{\text{Sin. C}} = \text{AC}.$$

Aufgabe.

§. 435. Aus der gegebenen Hypothenuse AC, und dem spitzigen Winkel A die zwo Seiten AB, und BC zu finden.

Auflösung: 1. Es ist $90° - \text{A} = \text{C}$.

2. Betrachtet die Hypothenuse AC als den Sinus totus, BC als den Sinus von A, und AB als den Sinus von C, so finden folgende Proportionen staat:

$$\text{Sin. tot.} : \text{Sin. A} = \text{AC} : \text{BC}, \text{ und}$$
$$\text{Sin. tot.} : \text{Sin. C} = \text{AC} : \text{AB}.$$

Da ist also erstlich $\frac{\text{Sin. A} \times \text{AC}}{\text{Sin. tot.}} = \text{BC}$,

und $\frac{\text{Sin. C} \times \text{AC}}{\text{Sin. tot.}} = \text{AB}$.

Weil der Logarithmus des Sinus totus wegen seinen Nullen nichts als die Kenziffer um 10 vermehrt oder vermindert, wenn er zu andern addirt, oder subtrahirt wird, so kan man die Operation etwas verkürzen, wenn man ihn gar nicht ansezt, sondern nur den Logarithmus der in die Summe, oder in den Unterschied komt, im ersten Fal an seine Charakteristik um 10 vermehret, und im andern um eben soviel vermindert; aus welcher Ursache man sich auch bei Auflösung rechtwinkelichter Dreiecke des Sinus totus so oft als man kan, bedienet.

Drittes Hauptstück.

Von Auflösung schiefwinkelichter Dreiecke.

Lehrsatz.

§. 436.

In ieden Dreiecke verhalten sich die Sinusse der Winkel zu einander, wie die ihnen entgegen stehende Seiten, und umgekehrt.

Be-

Beweis: Es sei um ein beliebiges Drei- Fig. 5.
eck ABC ein Zirkel nach §. 60. beschrieben, aus dessen Mittelpunkt O, aber die Linien OA, OB, OC gezogen worden, so ist der Sinus des Winkels $\frac{AOB}{2} = \frac{AB}{2}$; der Sinus des Winkels $\frac{BOC}{2} = \frac{BC}{2}$, und der Sinus des Winkels $\frac{AOC}{2} = \frac{AC}{2}$, d. i. den halben Sehnen der doppelten Winkel §. 428. N. 6. $\frac{AOB}{2}$ aber ist = ACB, $\frac{BOC}{2}$ = BAC, und $\frac{AOC}{2}$ = ABC, §. 77. also ist $\frac{AB}{2}$ = dem Sinus des Winkels ACB; $\frac{BC}{2}$ = dem Sinus des Winkels BAC, und $\frac{AC}{2}$ = dem Sinus des Winkels ABC. Nun aber verhalten sich die Hälften wie ihre Ganze, also ist:

$$\frac{AB}{2} : AB = \frac{BC}{2} : BC = \frac{AC}{2} : AC,$$

oder

$$\frac{AB}{2} : \frac{BC}{2} = AB : BC,$$

und

$$\frac{BC}{2} : \frac{AC}{2} = BC : AC.$$

D. i. die Sinus der Winkel in einem ieden Dreiecke verhalten sich wie die ihnen entgegen stehende Seiten.

Aufgabe.

Fig. 6. §. 437. Wenn in einem Dreieck ABC eine Seite AB, und die daran liegende Winkel A und B gegeben sind, wie die zwo andere Seiten BC und AC zu finden.

Auflösung: 1. Ziehet die gegebene zween Winkel A und B von 180° ab, so ist der Rest = dem Winkel C §. 93.

2. Da sich die Sinus wie die entgegen gesezte Seiten verhalten, so ist:

Sin. C : Sin. A = AB : BC, und
Sin. C : Sin. B = AB : AC,

folglich ist $\frac{\text{Sin. A} \times \text{AB}}{\text{Sin. C}} = \text{BC}$,

und $\frac{\text{Sin. B} \times \text{AB}}{\text{Sin. C}} = \text{AC}$.

D. i. Wenn man die Berechnung wirklich vornimt, und seßet AB = 3742 Kl. den Winkel A = 49°, 22′. B = 65° 42′, folglich 180° — A — B = C = 64°, 56′, so ist:

Log. Sin. A = 9,8801803
Log. AB = 3,5731038

13,4532841
Log. Sin. C = 9,9570397

Log. BC = 3,4962444 = 3135 Kl.

Fer-

Ferner:

Log. AB = 3,57310 38
Log. Sin. B = 9,9597106

13,5328144
Log. Sin. C = 9,9570397

Log. AC = 3,5757747 = 3765 Kl.

Da man die Rechnung mit Logarithmen verrichtet, folglich die Addition anstaat der Multiplikation, und die Subtraktion anstaat der Division gemacht wird, so müssen obige Formuln

nemlich $\frac{\text{Sin. A} \times \text{AB}}{\text{Sin. C}} = \text{BC}$,

und $\frac{\text{Sin. B} \times \text{AB}}{\text{Sin. C}} = \text{AC}$,

eigentlich in folgende verändert werden, nemlich:

Log. Sin. A + Log. AB — Log. Sin. C = Log. BC,

und

Log. Sin. B + Log. AB — Log. Sin. C = Log. AC.

Da nun der Log. AB — Log. Sin. C zweimal vorkomt, so kan man die Rechnung etwas verkürzen, wenn man seßet:

Log. AB — Log. Sin C + Log. Sin. A = Log. BC,

und

Log. AB — Log. Sin. C + Log. Sin. B = Log. AC.

Ist der Logarithmus C allenfals grösser als der von AB, so addiret man zur Kenziffer des leztern 10; weil aber andurch die Kenziffer von AC um 10 zu gros würde, so ziehet man von derselben wieder 10 ab, wie aus folgenden erhellet:

Log. AB = 3,5731038
Log. Sin. C = 9,9570397

Log. AB L. Sin. C = 3,6160641
Log. Sin. A = 9,8801803

Log. BC = 3,4962444 = 3135 Kl.
L. AB — L. S. C = 3,6160641
Log. Sin. B = 9,9597106

Log. AC = 3,5757747 = 3765 Kl.

Fig. 7.

Aufgabe.

§. 438. Aus zwo gegebenen Seiten AB und AC eines Dreiecks ABC, samt dem einer von diesen Seiten entgegen stehenden Winkel B, die dritte BC nebst den beiden andern Winkeln zu finden.

Auflösung: 1. Setzet die Proportion: AC : AB = Sin. B : Sin. C. §. 436.

so ist $\frac{AB \times Sin.\ B}{AC} = Sin.\ C,$

oder Log. AB + Log. Sin. B — Log. AC = Log. Sin. C.

2. Ziehet B + C von 180° ab, so bekomt ihr den Winkel A, und könt nunmehro wie §. 437. setzen:

Sin. B : Sin. A = AC : BC,

folglich $\frac{Sin.\ A \times AC}{Sin.\ B} = BC,$

oder Log. Sin. A + Log. AC — Log. Sin. B = Log. BC.

Da-

Damit der wahre Sinn dieser Aufgabe nicht zu weit ausgedehnet werde, so müssen drei Fälle dabei wohl voneinander unterschieden werden, welche folgende sind:

1. Wenn der gegebene Winkel B ein rechter ist, so ist das Dreieck bestimt §. 51. und kan nach §. 433. berechnet werden.

2. Ist der gegebene Winkel B stumpf, so ist das Dreieck gleichfals bestimt, §. 103. und die Rechnung geschieht nach der vorgeschriebenen Art, nur mit der Vorsicht, daß weil die stumpfe Winkel mit ihren Supplementen auf 180° einerlei Sinusse haben, §. 428. N. 3. allezeit der Sinus des leztern in den Tafeln aufgesuchet werde.

3. Ist aber der gegebene Winkel B spizig, so verhält sich die Sache etwas anders, und das Dreieck ist noch nicht bestimt, §. 103. denn wenn die dem Winkel B entgegen gesezte Seite AC nicht senkrecht auf BC stehet (welches gänzlich unbekant ist) folglich auch nicht die kürzeste darauf von dem Punkte A ist, so kan dadurch die Linie BC an zween verschiedenen Orten in D und C durchschnitten werden, woraus zwei verschiedene Dreiecke, nemlich das spizwinkelichte ABC, und das stumpfwinkelichte ABD entstehen. Es kan demnach der auf diese Art gesuchte Winkel bald spizig bald stumpf sein, oder der durch die Rechnung erhaltene Sinus komt zween Winkeln zugleich zu, nemlich einen spizigen C = ADC §. 99. und einem stumpfen ADB, und daher ist alsdann die Aufgabe unbestimt. Dem ohnerachtet kan man dem Zwecke noch etwas näher kommen, wenn man acht giebt, ob der gegebene Winkel B der grössern oder

klei-

kleinern Seite gegen über stehet. Denn ist das erste, oder ist AC > AB, so mus auch der Winkel B > C sein, weil in einem Dreiecke die grössere Winkel auch den grössern Seiten gegen über stehen §. 97. folglich ist alsdann der Winkel C spitzig, das Dreieck ist bestimt, und die Rechnung gehet gewöhnlicher Weise vor sich. Ist aber das andere, oder ist AC < AB, so kan die Aufgabe nicht eher aufgelöset werden, bis nicht noch eine andere Bedingung hinzukomt, ob nemlich der gesuchte Winkel spitzig oder stumpf werden solle.

Wenn wir also annehmen, daß AB = 68 Kl. AC = 54 Kl. der Winkel B = 48°. 4′, und C spitzig sei, so ist nach der ersten Formul um den Winkel C zu finden:

Log. Sin. B = 9,8715279
Log. AB = 1,8325089

11,7040368
Log. AC = 1,7323938

Log. Sin. C = 9,9716430 = 69°. 31′.

Ferner ist 180° — B — C = A = 62°, 25′, wenn C spitzig; ist aber C stumpf, und folglich = BDA = 180° — 69°, 31′ = 110°. 29′, so ist 180° — B — BDA = 21°. 27′ = A.

Dann um BC zu bekommen, setzet:

Log. Sin. A = 9,9475995
Log. AC = 1,7323938

11,6799933
Log. Sin. B = 9,8715279

Log. BC = 1,8084654 = 64 Kl.

Ist aber das Dreieck stumpfwinkelicht, und man sol BD finden, so ist: Log.

Log. Sin. A = 9,5631121
Log. AC = 1,7323938

11,2955059
Log. Sin. B = 9,8715279

Log. BD = 1,4239780 = 26 Kl.

Lehrsatz.

§. 439. In einem ieden Dreieck ABC verhält sich die Summe der beiden Seiten AB und BC zu ihrer Differenz, wie die Tangente der halben Summe der zween Winkel A und C an der Grundlinie AC zur Tangente ihrer halben Differenz. Fig. 8.

Vorbereitung: 1. Ziehet aus der Spitze des Winkels B mit der kleinern Seite AB einen Zirkel, verlängert BC bis an den Umkreis in F, ziehet die Sehnen FA und AE, und führet DE parallel mit FA; so stellet CF die Summe der Seiten AB und BC, EC aber ihre Differenz vor.

2. Ist BCA + BAC + ABC = 180°, und auch BAE + BEA + ABE = 180°. §. 90. Derowegen ist BCA + BAC = BAE + BEA; da aber BAE = BEA ist, §. 99. so mus ein ieder von ihnen die halbe Summe der zween Winkel BCA und BAC vorstellen.

3. Weil der Winkel FAE mit seiner Spitze an dem Umkreise eines halben Zirkel stehet,

so

so ist er = 90° §. 80. und folglich können wir AF als die Tangente des Winkels FEA, oder der halben Summe der Winkel BAC, und BCA ansehen, wenn AE zum Sinus totus angenommen wird. §. 428. N. 8.

4. Der Winkel BAE + EAC = BAC dem grössern, und weil BEA in Ansehung des Dreiecks EAC ein äusserer Winkel ist, so ist BEA — EAC = BCA dem kleinern §. 91. Betrachten wir nun $\frac{BAC + BCA}{2}$ als die halbe Summe der Winkel, $\frac{BAC - BCA}{2}$ aber als ihre halbe Differenz, so ist auch erstlich $\frac{BAC + BCA}{2} + \frac{BAC - BCA}{2} = BAC$ dem grössern, und zweitens $\frac{BAC + BCA}{2} - \frac{BAC - BCA}{2} = BCA$ dem kleinern Winkel, wenn in beiden Gleichungen die sich aufhebende Grössen ausgestrichen werden. Da nun in obigen, und lezten zwo Gleichungen zwo Grössen einer dritten gleich sind, so wird BAE $+ EAC = \frac{BAC + BCA}{2} + \frac{BAC - BCA}{2}$, und weil $BAE = \frac{BAC + BCA}{2}$ ist, N. 2. so

kön-

können wir beide in der lezten Gleichung hinweg lassen, und wir bekommen EAC = $\frac{BAC - BCA}{2}$. D. i. der Winkel EAC ist die halbe Differenz zwischen den Winkel BAC, und BCA.

5. Da wir DE parallel mit AF gezogen haben, und FAE = 90° ist, so ist auch DEA = 90° §. 54. folglich DE perpendikular auf AE, und kan als die Tangente von EAC, oder von der halben Differenz der Winkel BAC, und BCA betrachtet werden.

Beweis: Die zwei Dreiecke FAC und EDC sind einander ähnlich, weil sie einen gemeinschaftlichen Winkel C haben, und die Seiten AF, und DE parallel lauffen §. 140. derowegen ist CF : CE = FA : DE; nun ist CF die Summe der Seiten AB und BC, und EC ihre Differenz; ferner ist AF die Tangente der halben Summe der Winkel A und C, und DE die Tangente der halben Differenz derselben; also ist auch die Summe der Seiten AB und BC zu ihrer Differenz EC, wie die Tangente AF der halben Summe der Winkel A und C zur Tangente DE ihrer halben Differenz.

Auf-

Aufgabe.

Fig. 9. §. 440. Aus zwo gegebenen Seiten AB und BC eines Dreiecks ABC, samt dem eingeschlossenem Winkel B die beide andere Winkel A und C nebst der Seite AC zu finden.

Auflösung: 1. Addiret die zwo Seiten AB und BC, so ist AB + BC ihre Summe, und subtrahiret die kleinere von der grössern, so ist AB — BC ihre Differenz.

2. Ziehet den bekanten Winkel B von 180° ab, so ist 180° — B die Summe, und $\frac{180° - B}{2}$ die halbe Summe der Winkel A und C; ferner wird C — A die ganze, und $\frac{C - A}{2}$ die halbe Differenz der Winkel A und C, die man eigentlich zu suchen hat.

3. Nun ist nach §. 439.

$$AB + BC : AB - BC = \text{Tang. } \frac{180° - B}{2} : \text{Tang. } \frac{C - A}{2},$$

folglich ist Log. Tang. $\frac{180° - B}{2}$ + Log. AB — BC — Log. AB + BC = Log. Tang. $\frac{C - A}{2}$, der halben Differenz der zween unbekanten Winkel.

4.

4. Addiret man nun die halbe Differenz der Winkel zu ihrer halben Summe, so ist $\frac{180° - B}{2} + \frac{C - A}{2} =$ C dem grössern Winkel, und subtrahiret man dieselbe davon, so ist $\frac{180° - B}{2} - \frac{C + A}{2} =$ A dem kleinern Winkel.

5. Hat man nun die Winkel gefunden, so kan man auch die Seite AC nach §. 437. finden.

Z. B. es sei AB = 618 Kl. BC = 540 Kl. und der Winkel B = 105°. 16′. so ist die Summe der Seiten = 1158 Kl. und ihre Differenz = 78 Kl.

Ferner 180° — 105°, 16′ = 74°, 44′ der Summe A + C, und 37°, 22′ = der halben Summe derselben.

Stellen wir nun die Berechnung nach obiger Formel an, so komt:

Log. Tang. von 37°, 22′ = 9,8828866
Log. der Differenz 78 = 1,8920946

11,7749812
Log. der Summe 1158 = 3,0637086

Log. Tang. der halben = 8,7112726 = 2°, 57′.
Differenz der Winkel.

Addiren wir nun die halbe Differenz der Winkel zu ihrer halben Summe, so ist: 37°, 22′ + 2°, 57′ = 40°, 19′ dem grössern Winkel C,

und subtrahiren wir sie davon, so ist: 37°, 22′ — 2°, 57′ = 34°, 25′ dem kleinern A.

Da wir nun alle drei Winkel, und zwo Seiten kennen, so finden wir auch AC wenn wir setzen:

Sin. A : Sin. B = BC : AC.

Folglich Log. Sin. B + Log. BC — Log. Sin. A = Log. AC. D. i.

Log. Sin. B = 9,9843971
Log. BC = 2,7323938

12,7167909

Log. Sin. A = 9,7521075

Log. AC = 2,9645834 = 921 Kl.

Um bei dieser Rechnung allen Zweifel aufzuheben, so ist noch zu bemerken, daß derienige von den gesuchten Winkeln der gröste sei, welcher der gegebenen Seite gegen über stehet. §. 97.

Man kan diese Aufgabe noch auf eine andere und zwar auf folgende Art auflösen. Denn entwe-
Fig. 10. der ist der gegebene Winkel B stumpf oder spitzig. Ist das erste, so läst man aus einen der unbekanten Winkel C eine Perpendikular CD auf die verlängerte Linie AB fallen, und betrachtet erstlich das rechtwinkelichte Dreieck BDC; da man nun in demselben die Seite BC, samt den Winkel CBD, der das Complement des Winkels ABC auf 180° ist, und folglich auch den dritten BCD kennet, so ist nach §. 435.

Sin. tot. : Sin. B = BC : CD,

und Log. Sin. B + Log. BC — Log. Sin. tot. = Log. CD. Ferner:

Sin. tot. : Sin. C = BC : BD,

und

und Log. Sin. C + Log. BC — Log. Sin. tot. = Log. BD.

Addiren wir nun BD zu AB, so haben wir in den rechtwinkelichten Dreieck ADC die Seite AD, und DC bekant, und können nach §. 432. seßen:

AD : CD = Sin. tot. : Tang. A.

Folglich ist Log. CD + Log. Sin. tot. — Log. AD = Log. Tang. A.

Da nun 180° — A — B = ACB, so ist ferner:

Sin. A : Sin. tot. = CD : AC,

also Log. Sin. tot. + Log. CD — Log. Sin. A = Log. AC.

Wäre aber der gegebene Winkel B spißig, so lasse man aus der Spiße eines der unbekanten Winkel C die Perpendikular CD innerhalb des Dreieckes fallen, und berechnet zuerst das rechtwinkelichte Dreieck CDB, so bekomt ihr den Winkel DCB und die beide Seiten CD und DB. Ziehet ihr nun die leztere von AB ab, so habt ihr auch AD. Fig. 6.

Hierauf berechnet aufs neue das rechtwinkelichte Dreieck CDA, in welchem AD und CD bekant sind, so bekomt ihr die Seite AC und die Winkel A und ACD; folglich auch den Winkel ACB.

Wäre das gegebene Dreieck gleichschenkelicht, so sind die Winkel an der Grundlinie einander gleich §. 99. folglich ist ein ieder derselben die halbe Summe der beiden gesuchten Winkel, und daher bekant; folglich kan die dritte unbekante Seite nach §. 437. gefunden werden.

Lehrsatz.

Fig. 11. §. 441. In iedem Dreiecke ABC verhält sich die gröste Seite AC zur Summe der andern zwo Seiten AB und BC, wie die Differenz derselben zur Differenz der Segmenten AG und GC, die entstehen, wenn man aus dem der grösten Seite entgegen stehenden Winkel B eine Perpendikular BG fallen läst.

Vorbereitung: Ziehet aus B mit der kleinern Seiten AB einen Zirkel, verlängert CB bis in D, so ist CD die Summe der Seiten AB und BC, und EC ihre Differenz. Lasset ferner aus B auf AC die Perpendikular BG fallen, so sind AG und GC die Segmente von AC, und da AG = GF §. 59. N. 2. so ist FC die Differenz der Segmenten.

Beweis: AC : CD = EC : FC §. 154. AC aber ist die gröste Seite, CD die Summe der zwo andern, EC die Differenz derselben, und FC die Differenz der Segmenten: also verhält sich die gröste Seite zur Summe der zwo andern, wie die Differenz derselben zur Differenz der Segmenten.

Aufgabe.

§. 442. Aus allen dreien gegebenen Seiten eines Dreiecks die Winkel zu finden.

Auflösung: 1. Ziehet auf die gröste Seite AC aus dem ihr entgegen stehenden Winkel B die Perpendikular BD, damit AC in die zwei Segmente AD und DC zerteilet werde, alsdann ist: Fig. 12.

AC : AB + CB = AB — BC : AD — DC

§. 441. und folglich:

Log. AB + BC + Log. AB — BC — Log. AC = Log. AD — DC der Differenz der Segmenten.

2. Ziehet man nun die halbe Differenz der Segmenten von $\frac{AC}{2}$ ab, so verbleibt das kleinere Segment DC, und addiret man dieselbe zu $\frac{AC}{2}$, so bekomt man das grössere AD.

3. Da man nun in dem rechtwinkelichten Dreiecke ABD, AB und AD bekant hat, so lassen sich nach §. 433. die Winkel finden, indem man setzet:

AB : AD = Sin. tot. : Sin. ABD, folglich Log. AD + Log. Sin. tot. — Log. AB = Log. Sin. ABD, und 90° — ABD = BAD.

4. Weil ferner in dem rechtwinkelichten Dreiecke BDC die Seite BC und DC bekant sind, so können wir wiederum die Winkel CBD, und BCD auf eben die Art finden, nehmlich:

BC : DC = Sin. tot. : Sin. CBD, folglich ist

Log. DC + Log. Sin. tot. — Log. BC = Log. Sin. CBD, und 90° — CBD = BCD, nicht minder CBD + ABD = ABC, folglich sind alle drei Winkel des Dreiecks ABC gefunden worden.

Man siehet, daß man auch die Höhe BD des Dreiecks ABC leicht finden könne, weil man in dem rechtwinkelichten Dreiecke ABD die zwo Seiten AB und AD nebst den Winkeln bekant hat, und also nur die dritte Seite BD suchen darf.

Z. B. es sei AC = 896 Kl., AB = 742 Kl., und BC = 536 Kl., folglich ist AB + BC = 1278 Kl., und AB — BC = 206 Kl. Also um die Differenz der Segmenten zu finden, ist nach obiger Formul:

Log. AB + BC = 3,1065309
Log. AB — BC = 2,3138672

5,4203981
Log. AC = 2,9523080

Log. AD — DC = 2,4680901 = 294 Kl.

Nun ist $\frac{AC}{2} - \frac{AD - DC}{2} = DC$, oder

448° — 147° = 301° dem kleinern, und $\frac{AC}{2} + \frac{AD - CD}{2} = AD$, oder 448 + 147 = 595 dem grössern Segment.

Um ferner in dem rechtwinkelichten Dreiecke BDC die Winkel zu finden, so setzet:

Log.

Log. DC = 2,4785665
Log. Sin. tot. = 10,0000000

12,4785665
Log. BC = 2,7291648

Log. Sin. CBD = 9,4794017 = 34°. 10′,
und 90° — 34°, 10′ = 55°, 50′ = C.

Nicht minder, um auch in dem rechtwinkelichten Dreiecke ABD die Winkel zu erhalten, setzet:

Log. AD = 2,7745170
Log. Sin. tot. = 10,0000000

12,7745170
Log. AB = 2,8704039

Log. Sin. ABD = 9,9041131 = 53°. 19′,
und 90° — 53°, 19′ = 36°, 41′ = A.
Folglich sind nun auch die drei Winkel gefunden.

Dieses sind also die Hauptfälle, nach welchen alle geradlinichte Dreiecke berechnet und aufgelöset werden können, wenn nehmlich das erfoderliche dazu gegeben oder bekant ist, welches man entweder durch die wirkliche Ausmessung der Linien und Winkel erhält, oder aus einer vorhergegangenen Operation schliesset. Wie man sich aber hiebei hauptsächlich zu verhalten, und die dazu nöhtige Instrumenten gehörig zu prüfen habe, sol in folgenden erkläret werden.

Zweiter Abschnit.

Von wirklichen trigonometrischen Abmessungen.

Erstes Hauptstück.

Von den Instrumenten zum Winkelmessen.

§. 443.

Um die zu den trigonometrischen Auflösungen nöhtige Winkel auf dem Felde richtig messen oder beobachten zu können, bedienet man sich des sogenanten **Winkelmessers** (Astrolabium, Graphometer) welcher eigentlich ein Gradbogen von Messing ist, der bald einen Ganzen-Halben-oder Viertelzirkel vorstellet, wovon der Radius ebenfals bald grösser, bald kleiner angenommen wird, nachdem man mehr oder weniger Genauigkeit verlanget. Zu den gewöhnlichen Operationen aber sind die **Viertelzirkel** (Quadranten) die etwan einen Schuh zum Radius haben, die geschickteste, weil diese Grösse nicht unbequem ist, und die Einteilung doch noch zimlich deutlich sein kan.

Auf der Fläche des Instruments ist ein Lineal von Messing angebracht, das sich um den Mittelpunkt des Gradbogens bewegen läst, und in dem Gebrauche den einen, der Radius des Anfangs oder Nulpunkts der Einteilung aber den andern Schenkel des zu beobachtenden Winkels vorstellet; dahero der zwischen beiden enthaltene Bogen das Maas des verlangten Winkels ist.

Um nun den Winkel, den zween entlegene Gegenstände mit dem Mittelpunkte des Instruments machen, gehörig messen zu können, so ist erfoderlich, daß man den Radius des Nulpunktes der Einteilung nach einem, das Lineale aber nach dem andern richte; d. i. daß man nach beiden auf die entlegene Gegenstände **visire**, und dadurch die Schenkel des Winkels gleichsam bis dahin verlängere. Damit aber diese Visirung auch mit der nöhtigen Schärfe geschehen möge, so sind erstlich auf dem beweglichen Lineale, und dann auch auf dem Radius des Nulpunktes der Einteilung entweder auf iedem zwo messinge Absehen (Dioptern) oder ein **Fernrohr** angebracht. Die an dem Lineale befindliche heissen die **Bewegliche**, weil sie wirklich mit demselben bewegt werden können; die aber an obgedachtem Radius stehen, sind die **Unbewegliche**, indem sie in Ansehung des Gradbogens ihre Stelle nicht verändern. Jene Dioptern so an das Auge des Beobachters kommen, werden die **Augdioptern** genennet, und haben einen langen und feinen Spalt, um den Lichtstrahl durch zu lassen; die vordere aber sind mit einer weitern Oefnung versehen, in dessen Mitte ein zarter Faden, der sowohl als der Spalt an der Augdiopter perpendikular auf die Fläche des Gradbogens stehen mus, gespannet ist. Nicht selten pfleget man auch von dem obern Ende des Fa-

dens der vordern Diopter bis an das obere Ende des Spaltes der Augdiopter einen andern Faden horizontal zu spannen, der hauptsächlich dazu dienet, um bei horizontal gestelten Instrumente auch nach hoch oder tief liegenden Gegenständen visiren zu können. Sonsten pflegte man auch zu diesem Ende an ieder grossen Diopter noch zwo kleinere anzubringen, durch die man an der grossen Augdioptre nach hohen, und an der vorderen nach niedern Obiekten sehen konte, wenn sie mittelst einem Gewinde gehörig gesenket worden. Allein da es sehr schwer ist, dergleichen Gewinde so geschickt einzurichten, daß die Senkung der grossen Diopter immer in der Vertikalfläche geschehe, so ist die erstere Art so wohl wegen ihrer einfachen Beschaffenheit, als Richtigkeit der leztern billig vorzuziehen.

Wil man das Instrument auf grössere Entfernungen brauchen, oder noch schärfer als durch Dioptern geschehen kan, visiren, so müssen an deren staat zwei Fernröhre angebracht werden. Jedes derselben bestehet aus einer messingenen Röhre, in welcher zwei linsenförmige Gläser, nemlich ein Okular und ein Obiektivglas dergestalt eingesetzet sind, und in solcher Weite voneinander abstehen, daß ihre Brenpunkte in einen gemeinschaftlichen Punkt zusammen treffen, worin ein zarter Kreuzfaden gestellet wird, der die Obiekte abzuschneiden dienet. Weil er aber durch das Okular sehr vergrössert wird, so mus man hiezu die allerfeinste Fäden wählen, daher die von den Eiern der Seidenwürmern genommene, die tauglichste sind. Das Okularglas ist in einem besondern kurzen Rohre gefasset, so in das grosse Rohr passet, und etwas weniges aus und ein gezogen werden kan, um nach Erforderniß so wohl nahe als fern gelegene Gegenstände helle sehen zu können.

Weil

Weil es nun den Künstlern sehr schwer fält, die Gläser und Fäden gleich auf das erstemale so einzusetzen, daß sie genau eine Achse machen, keine Strahlen verlohren gehen lassen, und folglich, daß das Fernrohr auf das helleste zeige, so pfleget man sonderlich bei Instrumenten, von denen man etwas mehr Genauigkeit fodert, so wohl das Obiektivglas, als die Kreuzfäden in viereckigte Gehäuse auf solche Art zu fassen, daß man sie durch besondere Schrauben so wohl etwas weniges in die Höhe und Tiefe, als auch rechts und links stellen könne, bis nehmlich die Achsen der Gläser, und der Durchschnitspunkt der Fäden volkommen in gerader Linie stehen.

Um hohe oder niedrige Gegenstände bei horizontal gestelter Fläche des Instruments durch die Fernröhre entdecken zu können, hat man zween Weege; der erste ist, daß man den Fernröhren in Ansehung der Fläche des Gradbogens eine vertikale Bewegung so wohl einige Grade auf als abwärts gebe; der andere aber: daß man sie in ihrer Lage gänzlich fest mache, das Instrument aber in solchem Falle bei Beobachtung hoch, oder tief liegender Gegenstände um sie entdecken zu können, mit dem Horizonte schief stelle, und diese auf solche Art schief beobachte Winkel müssen hernach auf den Horizont reducirt werden. Die erste Art ist bequemer und geschwinder; weil es aber schwer ist, die vertikale Bewegung genau anzubringen und zu erhalten, so giebt sie nicht so viel Sicherheit als die zwote, wo die Fernröhre fest sitzen. Hingegen ist sie aber auch mühsamer und langweiliger, weil man dabei noch die Winkel der Höhen und Tiefen besonders beobachten, und auf dem Horizont reduciren mus, wie wir in der Folge zeigen werden.

Weil bei einem Fernrohre die geringste Verruckung währendem Durchsehen und Visiren gleich sehr empfindlich wird, so würde man Mühe haben, es mit freier Hand so genau nach einem gewiessen Gegenstand zu richten, daß er durch den Faden scharf abgeschnitten würde. Derowegen pfleget man meistens an das bewegliche Lineal eine Schraube mit einem feinen Gewinde anzubringen, mittelst welcher das Fernrohr, nachdem es zuvor nur beiläuffig gegen das Obiekt gestellet worden, ohne vieler Mühe, und Zeitverlust ganz genau darauf gerichtet werden kan, durch eine eben solche Schraube mus auch das ganze Instrument beweget werden können, damit man so wohl das feste, als das bewegliche Fernrohr, wenn nehmlich lezteres auf den Nulpunkt der Einteilung gestellet worden, mit eben der Leichtigkeit nach dem ersten Obiekt richten könne.

Damit man bei trigonometrischen Operationen die unbekanten Teile der aufzulösenden Dreiecke mit der gehörigen Schärfe aus den bekanten berechnen könne, so müssen die leztere, d. i. die erfoderliche Winkel mit gröster Genauigkeit beobachtet werden; wozu demnach eine sehr richtige Einteilung des Gradbogens erfodert wird. Weil es aber überhaupt sehr schwer ist, eine Linie Punkt für Punkt in sehr kleine Teile volkommen richtig einzuteilen, so hat man um die Sache zu erleichtern, verschiedene Weege erdacht. Man findet alte Instrumente die erstlich in ganze Grade, diese aber alsdann durch die sogenante Transversalen in noch kleinere Teile geteilet sind; daß aber diese Art nicht richtig sei, haben wir oben gleich nach §. 135. erwiesen. Um aber diesen Entzwek mit mehrerer Richtigkeit zu erreichen, bedienet man sich heut zu Tage meistens nur einer der nachstehenden zwo Arten. Die erste ist die schon oben

er-

erklärte sogenante nonische Einteilung; bei der andern aber ist der Gradbogen ebenfals nur in die Hauptteile, d i. in Ganze-Halbe-Drittel-oder Viertelgrade u. s. w. eingeteilet, und um die noch kleinere Teile, z. B. Minuten oder Sekunden zu erhalten, ist eine stählerne mit einem sehr zarten Gewinde versehene Schraube entweder an einer eisernen Feder, die an dem beweglichen Lineale sitzet, und an dem Gradbogen befestiget werden kan, oder an das Gehäuse der Kreuzfäden des Fernrohrs angebracht. Im ersten Falle heisset man dieses ein äusseres, im andern aber ein innerliches **Mikrometer**; in beiden aber ist an der Schraube ein kleiner Zeiger feste, durch den man an einer runden, und gewöhnlicher Weise in hundert gleiche Teile geteilten Scheiben so wohl die ganze, als die hundertel Umdrehungen der Schraube wahrnehmen kan. Durch die Bewegung dieser Schraube kan im ersten Falle, wann zuvor die eisene Feder an dem Gradbogen fest gemacht worden, das bewegliche Lineal samt seinem Fernrohr oder Dioptern, im andern aber ein nebst den Kreuzfäden besonders angebrachter und beweglicher Faden von den erstern etwas weniges verschoben werden, und wenn man im voraus durch eigends angestelte genaue Versuche bestimmet, wieviel Minuten, und Sekunden eine ganze, oder ein hundertel Schraubenumdrehung (vorausgesezt daß die Gewinde alle genau von gleicher Grösse sind) entweder bei dem beweglichen Lineal, oder bei den beweglichen Fäden beträgt, sich davon eine ordentliche Tafel verfasset, und dann bei der Winkelsbeobachtung selbst allemal wahrnimt, wie viele Schraubenumdrehungen man nöhtig hat, um im ersten Falle das bewegliche Lineal von dem Obiekt bis zum nächst vorhergehenden Teilungspunkt zurück zu bringen; im an-

dern

dern aber, indem das Lineal den nächst vorhergehenden Teilungspunkt abschneidet, den beweglichen Faden von dem Kreuzfaden selbst bis auf das Obiekt zu stellen, so kan man die Winkel so genau beobachten, als ob der Gradbogen des Instruments wirklich von Minute zu Minute, oder noch enger eingeteilet wäre. Dann man darf nur die in der Tafel mit den erhaltenen Schraubenumdrehungen und ihren hunderteln übereins kommende Anzahl Minuten, und Sekunden zu der Anzahl Graden des nächst vorhergehenden Teilungspunkts des Gradbogens addiren, um das wirkliche Maas des verlangten Winkels zu erhalten.

Wir können aber bei dieser Beschreibung des Mikrometers nicht unerinnert lassen, daß sich seine Schraube, so fleissig sie auch verfertigt sein mag, bei sehr starkem Gebrauche abnützet, und folglich mit der Zeit die nehmliche Anzahl Umdrehungen mit der in der Tafel bestimten Anzahl Minuten und Sekunden nicht mehr übereins trefen werden. Wenn man dahero dergleichen Abnutzung vermuhtet, so ist man verbunden, neue Versuche anzustellen, und eine andere Tafel zu verfassen; eine Unbequemlichkeit, der die nonische Einteilung, wann sie einmal gut gemacht worden, niemals unterworfen ist.

Damit man nun um so schärfer entscheide, wann ein Einteilungspunkt des Gradbogens durch das bewegliche Lineal recht in der Mitte abgeschnitten werde, worauf sonderlich bei genauern Operationen vieles ankomt, so bedienet man sich eines Vergrösserungsglases, welches man, so man wil, dergestalt richten kan, daß es allezeit an seinem Orte bleibe. Uebrigens mag an dem beweglichen Fernrohr und Linial ein äusseres oder ein inneres Mikrometer, oder Nonius angebracht sein, so

mus

mus der Kreuzfaden des festen Fernrohrs durch eine Schraube doch allezeit eine kleine Bewegung machen können, damit man beide Fernröhre, wann nehmlich das bewegliche Lineale auf den Nulpunkt stehet, auf einen nehmlichen Gegenstand zugleich richten möge, welches ausser dieser Bewegung nicht leicht geschehen könte, weil beide Fernröhre in dieser Lage wegen der Unschicklichkeit des Platzes meistens weder in einerlei Vertikal, noch Horizontalfläche liegen.

Wenn man mit dem Instrumente einen hohen oder tiefen Winkel beobachten sol, so ist erfoderlich, daß man die Achse des beweglichen Fernrohrs, oder den Visierstrahl der Dioptern, indem das bewegliche Lineale den Nulpunkt abschneidet, durch die Bewegung des Ganzen, und mit seiner Fläche vertikal stehenden Instruments genau horizontal stellen könne. Man bewerkstelliget solches entweder durch einen an die Fläche des Instruments aufgehangenen feinen Perpendikel, oder durch eine mit Weingeist bis auf eine 2 oder 3 Zol lange Luftblase angefülte, und beiderseits hermetisch geschlossene gläserne Röhre, oder Wasserwage (Libella). Leztere, wenn sie anders ihre gehörige Beschaffenheit hat, ist dem Perpendikel vorzuziehen, weil sie nicht allein wenigstens die nehmliche Richtigkeit verschaffet, sondern auch, weil man damit auch bei starkem Winde operiren kan, welches mit dem Perpendikel seiner beständigen Schwankungen wegen, nicht angehet. Wir werden von dieser Art von Wasserwage noch nähere Erklärungen geben, sobald wir von Nivellirinstrumenten eigens handlen werden, hier aber müssen wir nur noch erinnern, daß es gleichgültig sei, wo solche eigendlich an dem Instrumente angebracht werde, nur mus sie mit dem Sehestrahl des beweglichen Fern-

rohrs,

rohrs, wenn das bewegliche Lineale auf dem Nulpunkt stehet, bei nahe parallel sein, damit man die Luftblase alsdann, wenn der Sehestrahl bei der Berichtigung horizontal gestellet worden, durch eine besondere Schraube gänzlich in die Mitte ihres Rohrs auf die zween eigens angewiesene Punkten mit ihren Enden stellen könne.

Um das Instrument mit seiner Fläche bald horizontal, bald vertikal stellen, oder demselben die verlangte Neigungen gegen dem Horizont geben zu können, sind verschiedene Zusammensetzungen ausgedacht worden; dieienige aber scheinet am einfachsten, und am bequemsten zu sein, bey welcher man sich einer metallenen sogenanten Nus bedienet, die sich durch eine kegelförmige Schraube so fest zusammen pressen läst, daß sie die Schwere des Instruments in allen Stellungen unverruckt erhalten kan, und mittelst zween winkelrecht gegeneinander stehenden aufgespaltenen Hülsen vom dünnen Messing, wovon einer zur horizontalen, der andere aber zur vertikalen Stellung dienet, nur auf ein hölzernes Stativ mit drei Füssen gesteckt, und mit einer eigenen Schraube fest gemacht werden darf.

Zur mehrern Deutlichkeit solten wir zwar von obbeschriebenen Instrumenten, und ihren Bestandteilen einige Zeichnungen beifügen, da sie aber, wenn sie recht verständlich sein sollen, auch vielen Platz einnehmen, und wir ohnehin Gelegenheit haben werden, den Anfängern an unsern Schulquadranten das meiste davon im Werke selbst zu zeigen, so haben wir sie mit Vorbedacht ausgelassen.

Zwei-

Zweites Hauptstück.

Von Prüfung und Berichtigung der Instrumenten.

§. 444.

Es ereignet sich sehr selten, daß ein Instrument zum Winkelmessen so volkommen aus des Künstlers Hand komme, daß man es so gleich gerade zu mit der angehoften Zuverlässigkeit brauchen könne, und wenn es auch wirklich geschiehet, so kan doch daran nach der Zeit eine Veränderung vorgehen, die einer richtigen Winkelsbeobachtung ganz entgegen ist. Es ist dahero unumgänglich nohtwendig, die Fehler daran zu Untersuchen, und ihre Grösse so oft als es erfoderlich ist, zu bestimmen zu wissen. Zu diesem Ende:

1. Hat man vor allem zu untersuchen, ob das Instrument, und sein Stativ die gehörige Festigkeit habe; wanket eines von diesen, so ist niemals eine richtige Winkelsbeobachtung zu hoffen, und daher mus dem wankenden Teile auf eine oder die andere Art abgeholfen werden.

2. Man mus sich überzeugen, daß die Dioptern, oder die Kreuzfäden des Fernrohres perpendikular auf der Fläche des Instruments stehen, hauptsächlich aber, daß die vertikale Bewegung des Fernrohrs, wenn eine vorhanden ist, keinen schiefen Winkel mit dem horizontalgestelten Instrumente mache, widrigenfals, da man in

solcher Stellung bald in die Höhe, bald in die Tieffe visiren mus, sehr beträchtliche Fehler würden begangen werden. Man erkennet solches aber sogleich, wenn man nach einem aufgehangenen langen Perpendikel visiret, wo man sodenn nach Tunlichkeit abhelfen lassen kan.

3. Da man sich auf die Richtigkeit der Einteilung des Gradbogens fast niemals volkommen verlassen kan, und die Untersuchung derselben mit dem Zirkel mit so vielem Fleisse man sie auch anstellet, doch nicht mehr Ueberzeugung davon giebt, als bei der Einteilung selbst hat erhalten werden können, noch weniger aber dadurch die eigentliche Grösse der Teilungsfehler sicher beurteilet werden kan; so gehet man am sichersten, wenn man dasienige, was die Schwäche unsers Gesichts wegen der zu grossen Feinigkeit auf dem Gradbogen selbst nicht zu entscheiden erlaubet, in einer grössern Entfernung, worin die Abirrungen auch merklicher werden, zu erhalten suchet.

4. Wenn man öfters Winkel in die Höhe, oder Tieffe zu beobachten hat, so mus iedesmal ein Schenkel davon, oder die Visierlinie, wenn das bewegliche Lineal auf dem Nulpunkt der Einteilung gestellet wird, entweder durch den Perpendikel, oder durch die Wasserwage horizontal zu stehen kommen. Weil man aber nicht allezeit versichert ist, daß der Visierstrahl damals genau horizontal sei, wenn der Perpendikel an dem ihm überhaupt angewiesenen Orte weiset, oder wenn die Luftblase der Wasserwage die Mitte des Rohrs einnimt, indem es gar wohl geschehen kan, daß der Visierstrahl mit dem Perpendikel keinen rechten Winkel mache, oder daß die Luftblase mit demselben nicht parallel sei, so ist um sich dessen gewis zu versichern, zuvor in dieser Absicht eine eigene Berichtigung nöhtig.

Folgende Aufgaben werden lehren, wie man sich so wohl hiebei, als bei der Untersuchung der Grösse der Teilungsfehler zu verhalten habe.

Aufgabe.

§. 445. Die Grösse der Teilungsfehler an dem Gradbogen eines Quadrantens, und den Wehrt der Mikrometer Schraubenumdrehungen durch Tangenten zu bestimmen.

Auflösung: 1. Ziehet auf einer geraden und glatten Mauer, oder auf einer andern unveränderlichen Fläche eine horizontale Linie AB, traget auf dieselbe aus A mit einem langen Stangenzirkel eine gewisse Anzahl Klafter, die durch die Umstände bestimmet wird, und bemerket die Punkte mit Zahlen 1. 2. 3. u. s. w. Von dem einen Ende A aber errichtet eine perpendikular AC von solcher Länge, daß wenn man sich mit dem Instrumente in C stellet, und durch die Dioptern, oder durch das Fernrohr nach einem besondern in Linien, oder in noch kleinere Teile eingeteilten, und nach und nach zwischen die auf AB bemerkte Punkte gelegten Klaftermaasstab visiret, man noch die kleine Teile wohl unterscheiden könne. Wenn man nunmehro die Linie AC für den Sinus totus annimt, so werden auf AB die Tangenten der in C zwischen A und B beobachteten Winkel entstehen. Fig. 13.

2. Stellet das Instrument mit der Fläche horizontal, und mit dem Mittelpunkte perpendikular über den Punkt C; richtet das bewegliche Lineal erstlich auf den Nulpunkt des Gradbogens, und visiret nach A, hierauf aber nach und nach auf alle Teilungspunkte des Gradbogens, und bemerket an dem auf der Linie AB immer weiter vorgeschobenen Klaftermaasstab die durch

die Visierlinie abgeschnittene Längen A1, A2, A3 u. s. w. wie sie aufeinander folgen, und schreibet sie auf.

3. Weil sich aber die Visierlinien von grössern Winkeln immer weiter von A entfernen, folglich die Linie AB zu lang werden müste, und von den erstern nur sehr schief durchschnitten würde, so setzet man diese Beobachtungen etwan nur bis auf den 30sten Grad fort; hierauf siehet man ihn von neuen als den Nulpunkt, die übrige von 30 bis 60 Grade aber wieder als die ersten 30 Grade an, und verfähret übrigens mit diesen so wie mit den erstern. Auf die nehmliche Weise gehet man von 60 bis 90 Grad und noch weiter fort, wenn es ein halber Zirkel ist.

4. Ist ein Nonius vorhanden, so setzet man einen Teilungspunkt desselben nach dem andern auf dem Nulpunkt des Gradbogens, und lässet an der Linie AB die durch die Visierlinie abgeschnittene Längen A1, A2 u. s. w. bemerken und aufschreiben.

5. Wäre aber anstaat dem Nonius ein äusseres oder inneres Mikrometer angebracht, so hat man zu untersuchen, wieviel Minuten, und Sekunden die Fortrückung des beweglichen Lineals, oder die Kreuzfäden des Fernrohrs mit der Mikrometerschraube durch 1, 2, 3 u. s. w. Hundertel, und endlich durch eine ganze Schraubenumdrehung beträget, wornach man die auf der Linie AB dadurch erhaltene Längen ebenfals aufmerket.

6. Um endlich die wahre Tangenten so wohl für alle Teilungspunkte des Gradbogens als auch des Nonius, oder an deren staat für das Mikrometer zu erhalten, und ihren wirklichen Wehrt in Graden, Minuten und Sekunden zu bekommen, so setzet:

AC : A1 = Sin. tot. : Tang. AC1
AC : A2 = Sin. tot. : Tang. AC2
AC : A3 = Sin. tot. : Tang. AC3 u. s. w.

Folglich ist:

Log. A1 + Log. Sin. tot. — Log. AC = Log. T. AC1
Log. A2 + Log. Sin. tot. — Log. AC = Log. T. AC2
Log. A3 + Log. Sin. tot. — Log. AC = Log. T. AC3
u. s. w.

7. Nachdem man nun solchergestalt alle Tangenten ausgerechnet, und die ihnen wirklich zukommende Grade, Minuten und Sekunden aus den Sinustafeln genommen hat, so werden sie in eine eigene Tafel, die man die **Verbesserungstafel** nennet, dergestalt zusammen getragen, daß in der ersten Reihe die Grade und Minuten der Einteilungspunkte, wie sie auf dem Instrumente nacheinander folgen, in der zwoten aber ihre Verbesserungen, oder ihre wirkliche Wehrte zu stehen kommen. Eine eben dergleichen Tafel verfertiget man von dem Nonius, oder von den Mikrometers Umdrehungen.

Uebrigens verstehet sich von selbsten, daß, weil man die Teilungspunkte von 30 bis 60 Grade eben so als von 0 bis 30 angesehen hat, man um die wahre Winkel von 30 bis 60 zu bekommen, die in der zwoten Abteilung gefundene Grade, Minuten und Sekunden zu dem wahren Wehrte des 30sten Grades addiren müsse.

Z. B. man hätte den wahren Wehrt des Teilungspunktes des 30sten Grades von 29°, 59′, 36″, den Teilungspunkt von 24°, 20′, der zwoten Abteilung (so aber eigentlich von 54°, 20′ ist) ebenfals nach seinem wahren Wehrte von 24°, 20′, 42″, gefunden, so ist 29°, 59′, 36″ + 24°, 20′, 42″ = 54°, 20′,

18″, und eben dieses ist auch verhältnismässig von der dritten Abteilung von 60 bis 90° zu verstehen.

Ob schon diese Art die Grösse der Teilungsfehler zu untersuchen, und zu verbessern mit vieler Genauigkeit unternommen werden mus, und dahero viele Mühe verursachet, so ist sie an einem Instrumente doch nur ein einzigesmal anzustellen, wenn nicht etwan so beträchtliche Veränderungen nach der Zeit daran vorgehen, daß sie wieder erfodert würde. Ueberhaupt aber verlohnet es sich dieser Mühe sehr wohl, wenn man richtige und genaue Beobachtungen verlanget.

Aufgabe.

§. 446. Mit einem unrichtig eingeteilten Instrumente, daß mit einem Nonius, oder Mikrometer versehen ist, die Winkel zu beobachten, und ihre Grade und Minuten aus der verfertigten Tafel zu verbessern.

Auflösung: 1. Stellet das bewegliche Lineale auf den Nulpunkt der Einteilung des Gradbogens, drehet das ganze Instrument so lange herum, bis ihr durch das auf dem Lineale befindliche Fernrohr, oder durch die Dioptern das links liegende Obiekt abschneidet, und richtet auch das an dem Instrumente selbst fest sitzende andere Fernrohr oder dessen Dioptern, durch die Verschraubung der Kreuzfäden des erstern, oder durch die Verschiebung der leztern eben dahin.

2. Ist ein Nonius vorhanden, so wendet das bewegliche Lineal mit seinem Fernrohr oder Dioptern nach dem zweiten Obiekt rechts, sehet aber zugleich nach, ob sich das andere Fernrohr durch diese Bewegung nicht etwan von dem ersten Obiekt entfernet habe; in welchem

chem Falle man es durch die Bewegung des ganzen Instruments wieder darauf zu richten hätte.

3. Zählet von 0 bis auf jenen Teilungspunkt des Gradbogens der mit einem Punkte des Nonius überein-komt, zugleich aber merket, der wievielte Teil des Nonius der leztere ist; suchet von beiden den wahren Wehrt in der Verbesserungstafel, und addiret sie zusammen, so ist die Summe der verbesserte Winkel.

Z. B. es wäre vom Nulpunkte des Gradbogens bis zur Zusammentreffung mit einem Punkte des Nonius $27°, 20'$; der Punkt des Nonius aber wäre der 13te. Der erstere betrüge nun nach der Verbesserungstafel $27°, 20', 32''$, und der andere $4°, 33', 40''$; so ist $27°, 20', 32'' + 4°, 33', 40'' = 31°, 54', 12''$, der verbesserte Winkel.

4. Ist aber anstaat des Nonius ein äusseres Mikrometer angebracht, so stellet die Beobachtung des Winkels wie zuvor an, schraubet aber das bewegliche Lineal durch die Mikrometerschraube von dem zweiten Obiekt auf den nächst kleinern Teilungspunkt des Gradbogens zurück, bemerket die hiezu nöhtig gewesene Umdrehungen und ihre Hundertel; zählet die Grade, und Minuten bis dahin; verbessert sie aus der Tafel, und addiret dazu die für die bemerkte Anzahl der Umdrehungen und Hundertel in der Tafel bestimte Minuten und Sekunden, so ist die Summe der verbesserte Winkel.

Z. B. das Lineal stehe über den Teilungspunkt $62°, 20'$ noch hinaus, und man müsse $5\frac{40}{100}$ Schraubenumdrehungen anwenden, um es dahin zuruck zu bringen. Nun betrügen die erstern nach der

Tafel 62°, 19′, 43″ und die andern 10′, 29″, so ist: 62°, 19′, 43″ + 10′, 29″ = 62°, 30′, 12″ der wahre Winkel.

5. Hat aber das Instrument ein inneres Mikrometer, so ist die Beobachtung des Winkels nur in dem von der vorher beschriebenen unterschieden, daß man erstlich den beweglichen Faden genau auf den unbeweglichen schraube, die Beobachtung auf den Nulpunkt wie zuvor mache, alsdann aber das bewegliche Lineal von ihm hinweg und gegen das zweite Obiekt, iedoch nicht gleich auf dasselbe, sondern auf den nächst kleinern Teilungspunkt führe, bis dahin die Grad und Minuten zähle, und aus der Tafel verbessere; endlich den beweglichen Faden gänzlich auf das Obiekt schraube, die erfoderliche Umdrehungen merke, und die ihnen zukommende Minuten und Sekunden zu den vorgefundenen Graden und Minuten des nächst kleinern Teilungspunktes addire.

Damit die Anfänger die Gründe der Berichtigung des Instruments zu Beobachtung der Höhen und tieffen Winkel volkommen einsehen mögen, so müssen wir nohtwendig einige Begriffe von dem Unterschiede des wahren und scheinbaren Horizonts schon hieher setzen, wiewohl sie eigentlich zur Abhandlung vom Nivelliren gehören.

Erklärung.

Fig. 14. §. 447. Wenn zween Punkte A und B auf der Oberfläche der Erde selbst, oder auch über oder unter derselben gleich weit von dem Mittelpunkte X derselben entfernet sind, so

sagt

sagt man, daß sie im wahren Horizonte (wagerecht) stehen; und sind alle Punkte einer Linie oder einer Fläche in gleicher Weite von diesem Mittelpunkte, so wird die erstere eine wahre Horizontallinie, die andere aber eine wahre Horizontalfläche genennet.

Zusatz.

§. 448. Weil nur die Punkte eines Zirkelbogens, oder die der Oberfläche einer Kugel gleichweit von einem Mittelpunkte entfernet sind §. 12. u. 259. so mus auch die wahre Horizontallinie ein Zirkelbogen, die wahre Horizontalfläche aber ein Teil der Oberfläche einer Kugel sein.

Zusatz.

§. 449. Da ein Licht oder ein Sehestrahl, den man durch Dioptern, oder durch ein Fernrohr erhält, wenn er nicht durch die verschiedene dichte der Mitteldinge, durch die er gehen mus, gebrochen wird, allezeit als eine gerade Linie anzusehen ist, so kan er niemals eine wahre Horizontallinie sein. Wenn aber zween Punkte E und B einer geraden Linie oder eines Sehestrahles EB im wahren Horizonte liegen, so ist EB die Sehne der wahren Horizontallinie.

Erklärung.

§. 450. Haben zween Punkte A und B mit zween andern E und I gleichweite Abstände vom Mittelpunkte AX, BX, EX, IX, so liegen sie in einerlei wahrem Horizonte; sind aber diese Entfernungen zwener Punkte F und G von den Entfernungen zwener andern A und B verschieden, iedoch daß FX = GX, so liegt FG zwar auch in einem wahren Horizonte, solcher ist aber von dem von AB verschieden.

Erklärung.

§. 451. Jede gerade Linie AC die mit einem Radius der Erde AX einen rechten Winkel machet, wird eine scheinbare Horizontallinie genennet.

Zusatz.

§. 452. Dahero ist die scheinbare Horizontallinie eine Tangente zur wahren §. 66. u. 67. und ie länger sie ist, ie mehr mus sie sich von derselben entfernen, d. i. wenn die scheinbare Horizontallinie = AL, so ist ihre Entfernung von der wahren = IL; ist aber die erstere = AC, so ist die andere = BC, und heist der **Unterschied** oder die **Erhöhung** des scheinbaren über den wahren Horizont.

Zu=

Zusatz.

§. 453. Läst man nun einen gegebenen Sehestrahl AC mit dem Radius AX, den man sich von dem Auge des Beobachters A, bis in den Mittelpunkt der Erde X vorstellet, einen rechten Winkel machen, so stehet derselbe im scheinbaren Horizonte; und weis man auch, um wieviel die scheinbare Horizontallinie in dieser Entfernung höher ist, als die wahre, so kan man leicht einen Punkt B finden, der mit dem Auge A des Beobachters in einerlei wahren Horizonte liegt; wenn man nehmlich den Unterschied, oder die Erhöhung des scheinbaren Horizonts über den wahren aus C in B träget; und umgekehrt, wenn man einen Punkt B hat, der mit dem Auge des Beobachters A im wahren Horizonte ist, so kan man die scheinbare AC erhalten, wenn man den Unterschied BC für die gegebene Entfernung aus B in C aufwärts träget.

Hierin bestehet der eigentliche Grund der Berichtigung eines Instruments zu den Höhen und tiefen Winkelsbeobachtungen; folgende Aufgaben aber werden die Sache noch mehr erläutern.

Aufgabe.

§. 454. Den Unterschied des scheinbaren Horizonts von dem wahren auf iede gegebene Entfernung zu berechnen.

Auf-

Auflösung: erste Art: Quadriret die Linie AC, die wir ohne merklichen Fehler für den Bogen AB als die gegebene Entfernung annehmen können; desgleichen quadriret auch den Radius der Erde AX; addiret beide Quadrate zusammen, so habt ihr das Quadrat von CX §. 182.; ziehet hieraus die Wurzel, und subtrahiret AX von CX, so ist $CX - AX = BC$, dem verlangten Unterschiede.

Z. B. es sei die gegebene Entfernung AB oder vielmehr $AC = 279$ Kl. und der Radius der Erde AX ist nach der neuesten Ausmessung und Berechnung $= 3273000$ Wienerklafter, so ist:

$\overline{AC^2} = 77841.$

$\overline{AX^2} = 10712529000000:$

$\overline{AX^2} + \overline{AC^2} = 10712529077841.$

Davon ist die Wurzel $CX = 3273000{,}011.$

Ferner $3273000{,}011 - 3273000 = 0{,}011$

$= 9\frac{1}{2}$ Linien $= BC.$

Zwote Art: Quadriret AC, dividiret das Quadrat durch den Diameter der Erde BO, so ist der Quotient bei nahe $= BC.$

Beweis: Nach §. 155. ist $CO : AC = AC : BC.$ Derowegen ist $\overline{AC^2} = CO \times BC,$ und $\frac{\overline{AC^2}}{CO} = BC.$

Da aber BC in Ansehung des ganzen Diameters BO sehr klein, und fast unmerklich ist, so können wir ohne beträchtlichen Fehler BO für CO nehmen, und setzen $\frac{\overline{AC}^2}{BO} = BC$, bei nahe.

Obwohl die zwote Art nicht die geometrische Schärfe der ersten hat, so ist doch die daher entstehende Abweichung in der Ausübung selbst nicht merklich, und weil sie weniger weitläuffig ist, so wird sie derselben gemeiniglich vorgezogen. Damit man nun die Erhöhung des scheinbaren Horizonts für verschiedene Entfernungen gleich bereit habe, und sich nicht erstlich bei dem Gebrauche derselben mit ihrer Ausrechnung abgeben dürfe, so fügen wir nachstehende Tafel bey, die nach der zwoten Art ausgerechnet worden. Uebrigens zeiget nachstehendes Beispiel, welches eben das obige ist, wieweit die zwote Berechnungsart von der ersten abweichet.

Z. B. $\frac{\overline{AC}^2}{BO} = \frac{77841}{6546000} = \frac{10}{864} = 10'''$ Lin. = BC.

Tafel.

Der Erhöhungen des scheinbaren über den wahren Horizont für verschiedene Entfernungen.

Entfernung.	Erhöhung des scheinbaren über den wahren Horizont.				Entfernung.	Erhöhung des scheinbaren über den wahren Horizont.			
Wien. Kl.	′	″	‴		Wien. Kl.	′	″	‴	
62	—	—		½	450	—	2	2	
88	—	—	1		458	—	2	3	
108	—	—	1	½	467	—	2	4	
128	—	—	2		475	—	2	5	
139	—	—	2	½	483	—	2	6	
153	—	—	3		491	—	2	7	
165	—	—	3	½	499	—	2	8	
176	—	—	4		510	—	2	9	
187	—	—	4	½	514	—	2	10	
197	—	—	5		522	—	2	11	
207	—	—	5	½	529	—	3	0	
216	—	—	6		544	—	3	2	
225	—	—	6	½	558	—	3	4	
231	—	—	7		572	—	3	6	
242	—	—	7	½	585	—	3	8	
249	—	—	8		598	—	3	10	
257	—	—	8	½	611	—	4	0	
265	—	—	9		630	—	4	3	
272	—	—	9	½	648	—	4	6	
279	—	—	10		666	—	4	9	
286	—	—	10	½	683	—	5	0	
292	—	—	11		700	—	5	3	
299	—	—	11	½	717	—	5	6	
306	—	1	—		733	—	5	9	
318	—	1	1		749	—	6	0	
330	—	1	2		779	—	6	6	
342	—	1	3		809	—	7	0	
353	—	1	4		837	—	7	6	
364	—	1	5		864	—	8	0	
374	—	1	6		891	—	8	6	
384	—	1	7		917	—	9	0	
394	—	1	8		942	—	9	6	
404	—	1	9		966	—	10	0	
414	—	1	10		990	—	10	6	
423	—	1	11		1014	—	11	0	
432	—	2	—		1036	—	11	6	
441	—	2	1		1059	1	0	0	

Auf-

Aufgabe.

§. 455. Den Visierstrahl des beweglichen und auf den Nulpunkt gestelten Fernrohrs, oder der Dioptern durch den Perpendikel, oder durch die Luftblase der Wasserwage in den scheinbaren Horizont zu bringen; oder das Instrument zu hohen, oder tieffen Winkelsbeobachtungen zu berichtigen (rektificiren).

Auflösung: 1. Messet auf einem zimlich gleichen Boden eine Linie PQ von solcher Länge, daß man durch das Fernrohr oder durch die Dioptern des Instruments noch sehr deutlich und scharf von P nach Q visiren könne; teilet sie in drei gleiche Teile PF, FG, GQ, und lasset in die Teilungspunkte F, G, Q gerade Stäbe perpendikular einsetzen. Fig. 15.

2. Stellet das Instrument mit seiner Fläche vertikal, und in gleicher Weite von F und G in O; bringet das bewegliche Lineal auf den Nulpunkt, beweget das ganze Instrument solange, bis der Perpendikel oder die Luftblase der Wasserwage den angewiesenen Ort einnimt, und in dieser Stellung visiret erstlich nach den Stab F, und lasset den Punkt C in welchem der Visierstrahl denselben durchschneidet, anmerken. Hierauf wendet das Instrument auch gegen den Stab G, bringet den Perpendikel oder die Luftblase durch die Bewegung des ganzen Instruments genau wieder in die vorige Stelle, und lasset abermal den Durchschnitspunkt des Visierstrahls in D an den Stabe anmerken.

3. Hierauf begebet euch mit dem Instrumente in P, und indem das bewegliche Lineal auf dem Nulpunkte unverrückt verbleibet, beweget das ganze

Instrument ohne auf den Perpendikel oder auf die Luftblase Acht zu haben, so lange, bis der Visierstrahl in D eintrift; zu gleicher Zeit aber lasset denselben in E bemerken. Komt nun E niedriger zu stehen als C, wie in gegenwärtigem Falle, so traget CE aus E in B abwärts; ist aber E höher als C, so geschiehet das nehmliche von E aufwärts; dann richtet das Instrument dergestalt, daß der Visierstrahl in B eintreffe, und lasset zugleich an den beiden Stäben G und Q die Durchschnitspunkte desselben in I und L bemerken.

4. Nehmet aus vorhergehender Tafel die Erhöhung des scheinbaren Horizonts über den wahren für die gemessene Entfernung PQ, traget sie aus L in H, beweget das Instrument, daß der Visierstrahl den Punkt H abschneidet, so stehet derselbe, oder AH genau im scheinbaren Horizonte.

5. In dieser Stellung bemerket den Punkt, den der Perpendikel einnimt, auf das genaueste, wenn aber an dessen staat eine Wasserwage vorhanden ist, so erhöhet, oder erniedriget dieselbe durch ihre eigens zu dieser Absicht angebrachte Schraube so lange bis die Luftblase die verlangte zween Punkte in der Mitte des gläsernen Rohres mit ihren beiden Enden einnimt.

So oft nun das bewegliche Lineal wieder auf den Nulpunkt gerichtet wird, und der Perpendikel oder die Luftblase ihre Stelle, auf die sie berichtiget worden, einnimt, so stehet der Visierstrahl wieder im scheinbaren Horizonte, und dieses erfolget solange, als an den Perpendikel, oder an der Wasserwage, und an den Kreuzfäden, und Gläsern des Fernrohrs keine Veränderung vorgehet.

Beweis: 1. Eine Linie, die wir auf der Oberfläche der Erde horizontal und unserer Meinung nach gerade fortmessen, ist an sich selbst eigentlich ein Bogen, wie PFGQ, dessen Radius PX der halbe Durchmesser der Erde ist. Wenn man sich nun mit dem Instrumente in O, in gleicher Weite von den zween Stäben F und G stellet, und den Perpendikel oder die Luftblase der Wasserwage bei beiden Visirungen nach C und D die nehmliche Stellen einnehmen lässet, so machen die Visirstrahlen OC und OD mit einer Linie OX, die man sich durch den Mittelpunkt des Instruments bis in den Mittelpunkt der Erde X gezogen zu sein einbildet, beiderseits gleiche Winkel, d. i. COX = DOX, sie mögen spitzig oder stumpf sein. Stellet man sich ferner vor, daß durch C und D nach dem Mittelpunkte X der Erde die Linien CX und DX gezogen wären, so wird der daselbst entstehende Winkel CXD durch die Linie OX in zween gleiche, nehmlich in CXO = OXD geteilet, weil der Bogen FG, so dessen Maas ist, in zween gleiche Teile geteilet worden, §. 18. daher wird auch CF = DG. Da nun OX sich selbst gleich ist, so sind die zwei Dreiecke CXO, und OXD einander gleich §. 34. und folglich auch ihre gleichnahmigte Seiten CX und DX, also stehen C und D im wahren Horizonte §. 447. oder die Linie CD ist horizontal.

2. Weil die Entfernungen PF = FG = GQ in Vergleichung mit dem halben Erdmesser PX oder FX sehr klein sind, so werden auch die am Mittelpunkte entstehende Winkel PXF, FXG und GXQ unmerklich, und können daher ohne allen Irtum für nichts angesehen, folglich die Linien AP, CF, DG und LQ für parallel angenommen werden. Da nun FG horizontal ist, und CD gleichfals, N. 1. so lauf-

sen sie miteinander parallel §. 52. und sind einander gleich §. 56. folglich CD = FG = PF = GQ. Verlängert man dahero noch CD bis in M, so wird auch MC = PF = CD.

3. In den beiden Dreiecken DCE und DMA ist DC : DM = DE : DA §. 128. Nun ist $DC = \frac{DM}{2} = MC$, folglich ist auch $DE = \frac{DA}{2} = EA$. Ferner ist in den beiden Dreiecken DCE und ABE, DE = EA, CE = BE und der Winkel DEC = AEB §. 24. N. 2. folglich sind die Dreiecke gleich, und der Winkel CDE = BAE. §. 33. Da nun dieses Wechselswinkel sind, so lauffen die Linien CD und AB, folglich auch der leztern Verlängerung AL miteinander parallel. §. 55. Da nun CD horizontal ist, N. 1. so ist es auch AL, oder die Punkte A und L liegen in einerlei wahren Horizonte.

4. Da wir endlich die Erhöhung des scheinbaren Horizonts über den wahren für die Entfernung AL aus L in H getragen haben, so mus der Visirstrahl AH nohtwendig im scheinbaren Horizonte stehen, und das Instrument ist auf die Art rektificiret worden.

Drittes Hauptstück.

Von einfachen und zusammen gesezten trigonometrischen Aufgaben.

Aufgabe.

§. 456.

Die Entfernung zwener Punkte A und C zu finden, zu deren einem A man nur kommen kan. Fig. 16.

Auflösung: 1. Messet nach §. 40. eine Linie AB von einer beliebigen Länge und Richtung, welche die Standlinie genennet wird; stellet die Fläche des Instruments horizontal, seinen Mittelpunkt aber perpendikular über den auf der Erde bemerkten Punkt A, und beobachtet daselbst den Winkel zwischen C, und einem in B errichten Stabe, oder andern sichtbaren Zeichen, nehmlich CAB §. 446.

2. Begebet euch nach B, nachdem ihr zuvor in A ebenfals einen Stab oder anderes Zeichen errichtet habet, und beobachtet den Winkel CBA auf die vorige Art.

3. Da ihr nun in dem Dreieck ABC die Seite AB nebst den zween daran liegenden Winkeln A und B, und also auch den dritten C bekant habet, so setzet nach §. 437.

Sin. C : Sin. B = AB : AC,

folglich ist Log. Sin. B + Log. AB — Log. Sin. C = Log. AC, und eben so könte man BC finden.

Wiewohl es auf gewiesse Art wilkührlich ist, welche Länge und Richtung man der Standlinie AB geben wil, so hat man doch überhaupt darauf zu sehen, daß sie von solcher Länge genommen und dergestalt gestellet werde, daß in dem Dreiecke ABC kein Winkel zu spitzig oder zu stumpf werde, weil die bei ihrer Beobachtung begangene, obschon sehr geringe Fehler die entgegen stehende Seiten in der Berechnung gleich beträchtlich ändern. Man hat sich dahero bei trigonometrischen Verrichtungen überhaupt vor sehr spitzigen oder stumpfen Winkeln, soviel als die Umstände erlauben, zu hüten; und wenn man ia durch Hinternisse gezwungen wird, dergleichen zu gebrauchen, und in die Rechnung zu nehmen, so mus man bei ihrer Beobachtung um so mehreren Fleis und Aufmerksamkeit anwenden.

Hat das Instrument nur einen Viertelzirkel zum Gradbogen, oder ist ein Quadrante, und man solte damit einen stumpfen Winkel wie CBA beobachten, so erwählet zwischen den zweien Punkten A und C ein beliebiges Zwischenobiekt D, beobachtet erstlich den Winkel DBA, und dann auch DBC; hierauf addiret beide zusammen, um den stumpfen CBA zu bekommen.

Da

Da wir in obiger Auflösung gesaget haben, daß das Instrument horizontal gestellet werden müsse, und wir dieses auch bei den künftigen Horizontalwinkelsbeobachtungen verstanden haben wollen, so setzen wir voraus, daß die Fernröhre auch eine vertikale Bewegung haben, um sie in dieser Stellung so wohl nach hohen als niedern Obiekten C und A oder B richten zu können, widrigenfals müste man um beide in verschiedenem Horizonte liegende Gegende entdecken zu können, die Fläche des Instruments schief stellen, und die solchergestalt beobachte Winkel erstlich reduciren, als ob sie in horizontaler Stellung beobachtet worden wären, wozu wir aber erstlich weiter unten die Anleitung geben werden.

Aufgabe.

§. 457. Auf einem gegebenen Punkte M oder N einer Linie AB eine perpendikular MC, oder NO von begehrter Länge auf dem Felde aufzurichten und auszustecken. Fig. 17.

Auflösung: 1. Könnet ihr euch mit dem Instrumente auf dem gegebenen Punkt M stellen, so betrachtet, daß AMC ein rechtwinkelichtes Dreieck sei, davon euch die Seite AM und MC gegeben ist; derowegen findet ihr nach §. 432. den Winkel CAM. Begebet euch hierauf mit dem Instrumente nach A, visieret erstlich nach B oder M, dann richtet das bewegliche Lineal auf den Grad des gefundenen Winkels CAM, und lasset in dieser

Richtung des Visierstrahls AE zween Stäbe D und E ohngefähr in der Gegend wo C hinfallen wird, einstecken. Ferner stellet euch mit dem Instrumente in M, machet daselbst auf die vorige Art einen rechten Winkel AMF, und lasset abermal nach dem Visierstrahl MF zween Stäbe F und G aufstellen. Endlich lasset iemanden von D nach E, einen andern aber von G nach F nach den Stäben sehen, damit beide einen dritten mit seinem Stabe solange richten können, bis er sowohl in der Linie DE, als GF in C zu stehen komt, so ist CM die verlangte Perpendikular.

2. Ist aber eine Hinternis vorhanden, daß man sich mit dem Instrumente auf den Punkt, worauf die Perpendikular treffen sol, nicht stellen kan, wie hier in N geschiehet; so stellet euch zwei rechtwinkelichte Dreiecke ANO und BNO vor, welche die Perpendikular NO zu ihrer gemeinschaftlichen Seite haben. Da euch nun in denselben AN, NO und BN gegeben ist, so findet ihr die Winkel OAN und OBN §. 432.; stellet euch hierauf mit dem Instrumente in A und B, stecket die beide gefundene Winkel aus, und lasset den Durchschnitspunkt O wie zuvor durch Stäbe bemerken, so ist ON die begehrte Perpendikular.

Zusatz.

§. 458. Würde ein Punkt R auſſer der Linie AB gegeben, und man solte auf derselben den Punkt S finden, auf welchem die Perpendikular RS auftrift, so stellet euch mit dem Instrumente in A und B, beobachtet die Winkel RAB und RBA, und berechnet die Seiten AR und RB nach §. 437. Da ihr nun in dem rechtwinkelichten Dreiecke RSB die Hypothenuse RB samt dem Winkel RBS kennet, so bekomt ihr auch BS §. 435.

Aufgabe.

§. 459. Zu einer gegebenen Linie AB ei- Fig. 18.
ne Parallel CD auszustecken.

Auflösung: 1. Ist die Entfernung CE der zwo Parallellinien gegeben, iedoch ohne zu wissen, wo der Punkt C auf dem Felde hinfallen werde, so nehmet AE auf der Linie AB von beliebiger Länge an, und betrachtet AEC als ein rechtwinkelichtes Dreieck, davon ihr AE und CE kennet, und also nach §. 432. den Winkel CAE finden könnet. Dann begebet euch mit dem Instrumente in A, und stecket den gefundenen Winkel CAE aus, indem ihr in H und G zween Stäbe stellen lasset. Hierauf stellet euch mit dem Instrumente in E, machet AEI = 90°, und lasset nach dem Visierstrahl EI ebenfals zween Stäbe I

und L einstecken. Lasset einen dritten mit einem Stabe dergestalt sich in C richten, daß er so wohl mit GH als LI in gerader Linie sei, so ist C ein Punkt, durch welchen die verlangte Parallel gehet, weil er die bedungene Entfernung CE hat. Erwählet ferner auf der Linie AB eine andere FB = AE, machet das Dreieck FBD = AEC, indem ihr den Winkel B = A und E = F machet, und den Punkt D nach der vorigen Art abstecken lasset; so ist D der zweite Punkt, durch welchen die Parallel CD gehet, weil FD = CE gemacht worden.

2. Ist aber der Punkt C, durch den die Parallel gehen sol, auf dem Felde gegeben, ohne daß die Entfernung CE bekant sei; so messet AM auf der Linie AB von beliebiger Länge; beobachtet in A und M die Winkel CAM und CMA, berechnet erstlich die Seiten AC und MC nach §. 437., und dann auch die Perpendikular CE, und das Segment AE an der Grundlinie AM nach §. 435., so bekomt ihr auch das rechtwinkelichte Dreieck AEC; machet nunmehro das Dreieck BFD = AEC wie zuvor gewiesen worden, so ist die Linie, die durch C und D gezogen wird, parallel mit AB.

Zu=

Zusatz.

§. 460. Wenn man von D nach C wegen dazwischen liegenden Hinternissen nicht sehen könte, und doch auf der Linie DC mehrere Punkten bemerken, z. B. durch einen Wald einen geraden Weg, oder durch einen Berg einen unterirdischen Gang führen solte, so machet nach der vorigen Art das Dreieck FBN = BFD, damit ihr einen dritten Punkt N bekommet, der in der verlängerten Linie CD ist, so giebt euch ND die Richtung, in der die Durcharbeitung zu geschehen hat, und zu noch mehrer Sicherheit kan man das nehmliche an dem andern Ende C verrichten.

Solten die Umstände so beschaffen sein, daß man keine von den angeführten Arten, Perpendikularen, oder Parallelen auf dem Feld auszustecken anwenden könte, so erwählet was immer für eine andere, bei der eine der §. 53. u. 54. und §. 55. u. 56. angegebenen Eigenschaften der Perpendikular, oder Parallellinien staat findet.

Aufgabe.

§. 461. Eine gegebene Linie AB bis in C zu verlängern, und ihre ganze Länge AC, die man wegen Hinternissen weder übersehen noch messen kan, zu bestimmen. Fig. 19.

Auflösung: 1. Erwählet euch ausser der Linie AB nach Belieben einen Standpunkt D, von dem man A, B und C entdecken kan;

beobachtet daselbst die Winkel ADC und BDC, desgleichen in A den Winkel BAD.

2. Betrachtet, daß in dem Dreiecke BAD alle drei Winkel samt der Seite AB bekant sind, derowegen findet ihr nach §. 437. die Seite AD. Ferner kennet ihr nun in dem Dreiecke CAD die Seite AD, und ihre anliegende Winkel CAD, und CDA, also läst sich AC ebenfals nach §. 437. berechnen.

Aufgabe.

§. 462. Es sei AB und BC gegeben, und man kan in A den Winkel DAB, und in B beide DBA und DBC beobachten; man verlangt DC zu finden.

Fig. 20.

Auflösung: 1. Vermöge der Bedingung der Aufgabe kennet ihr in dem Dreiecke ABD die Seite AB, und die daran liegende Winkel, also erhaltet ihr nach §. 437. die Seite BD.

2. In dem Dreiecke DBC ist nun die Seite DB und BC, samt den darzwischen begriffenen Winkel DBC bekant, also läst sich DC nach §. 440. berechnen.

Auf=

Aufgabe.

§. 463. Die senkrechte Höhe eines Gegenstandes in verschiedenen Fällen zu finden.

Erster Fal.

Wenn man perpendikular unter den Punkt C der gegebenen Höhe CD in B kommen kan. Fig. 21.

Auflösung: 1. Stellet euch mit dem vertikal gerichteten Instrumente in einer beliebigen Entfernung in A, richtet das Lineal auf den Nulpunkt der Einteilung, und den Visierstrahl in dieser Stellung durch Hülfe des Perpendikels oder durch die Wasserwage horizontal (vorausgesezt, daß das Instrument nach §. 455. und berichtiget worden); lasset den Visierstrahl in B anmerken, beweget sodann das Lineal bis ihr den Punkt C abschneidet; beobachtet den Winkel CAB, und messet die horizontale Entfernung AB. Weil ihr nun in dem rechtwinkelichten Dreiecke CBA die Seite AB samt dem Winkel A kennet, so findet ihr die Linie CB, um welche C höher ist als A nach §. 434. Ist nun B nur um einige Schuhe höher als D, so messet noch BD und addiret es zu CB, um die ganze Höhe CD zu bekommen.

2. Wäre aber der Boden sehr abhängig, Fig. 22.
so daß der horizontale Visierstrahl AB in die

Er=

Erde gienge, so beobachtet erstlich den Winkel CAB wie zuvor; dann aber auch noch den Winkel DAB, messet die Entfernung mit Horizontal gelegten Messtangen dergestalt, daß ihr eigentlich nicht AD, sondern AB bekomt. Löset hierauf beide Dreiecke CAB, und DAB nach §. 434. auf, um so wohl CB als DB zu erhalten, so ist CB die Höhe um welche C höher ist als A, und CB — DB ist die Höhe des Thurms selbst.

3. Es verstehet sich von selbsten, daß, wenn A höher als D läge, der Winkel DAB ein Tieffenwinkel sein würde, und DB zu CB zu addiren wäre.

Zweiter Fal.

Fig. 23. Wenn man zu dem untern Punkte D oder F der senkrechten Höhe CD oder CF nicht kommen, die Standpunkte A und B aber mit dem Obiekte C in gerader Linie hintereinander annehmen kan.

Auflösung: 1. Erwählet euch zween Standpunkte A und B hintereinander nach Belieben, und messet ihre horizontale Entfernung BE.

2. Stellet euch mit dem Instrumente in A, beobachtet den Höhenwinkel CAD, und lasset in A einen Stab perpendikular einstecken, dar=

daran ihr die Höhe des Mittelpunkts des Instruments bemerket.

3. Begebet euch in B, beobachtet daselbst den Winkel CBF, und auch ABF.

4. Zeichnet euch die Figur der beobachteten Winkel beiläuffig auf Papier auf, und betrachtet, daß 1. CBF — ABF = CBA; 2. da ihr in den rechtwinkelichten Dreiecke AEB die Seite BE samt den Winkel ABE kennet, so könnet ihr auch die Hypothenuse AB, und die Höhe AE finden §. 434. 3. Wenn ihr die Linie AD, so parallel mit BE ist, unbestimt bis in G verlängert, so ist der Winkel GAB = ABE; addiret ihr nun diesen Winkel zu dem Compliment des Winkels CAD zu 180°, welches = CAG ist, so erhaltet ihr den Winkel CAB; und da ihr also in den Dreiecke CBA die Seite BA samt den daran liegenden Winkeln bekant habet, so findet ihr nach §. 437. auch die Seite AC. 4. Weil ihr nun in den rechtwinkelichten Dreiecke CAD die Seite AC, und den Winkel CAD wisset, so läst sich auch die Höhe CD bestimmen §. 435.

5. Addiret endlich noch die Höhe AE = DF zu CD, so ist CF ihre Summe die Höhe, um welche C höher ist als der zweite Standpunkt.

Wäre der zweite Standpunkt B höher als der in A, so ist klar, daß ABE in diesem Falle ein Tiefferwinkel sein müste, und AE von CD abzuziehen wäre. Sind aber beide Stände in gleicher Höhe, welches sich iedoch selten ereignet, so bedarf man des Winkels ABE gar nicht.

Dritter Fal.

Wenn man zu den untern Punkte O der perpendikularen Höhe IO nicht kommen, und auch die Standpunkte L und P nicht in gerader Linie hintereinander annehmen kan.

Auflösung: 1. Suchet nach Belieben zween Oerter L und P aus, von den man von einem zum andern, und von beiden nach I sehen, auch ihre Entfernung LP horizontal messen kan.

2. Stellet euch mit dem Instrumente in L, beobachtet daselbst den vertikalen Winkel ILO, und lasset auch den horizontalen Visirstrahl an einem in P gestelten Stabe in S bemerken.

3. Stellet das Instrument mit seinen Mittelpunkte perpendikular über P, nachdem ihr zuvor in L einen Stab einstecken, und daran die Höhe des Instruments anmerken lassen; mit der Fläche aber richtet dasselbe schief, so daß ihr den Winkel IPL beobachten könnet.

4. Richtet das Instrument vertikal, iedoch so, daß dessen Mittelpunkt abermal in der Höhe von P zu stehen komme; beobachtet den vertikalen Winkel IPT, und messet auch SP als den höhen Unterschied der zween Standpunkte.

5. Begebet euch nochmals in L, richtet das Instrument dergestalt schief auf, daß ihr den Winkel ILP beobachten könnet, und daß dessen Mittelpunkt wieder die vorige Höhe bekomme.

6. Betrachtet, daß in dem rechtwinkelichten Dreiecke LSP die Seite LS und SP gemessen worden, derowegen findet ihr nach §. 432. die Hypothenuse LP.

7. Weil in dem schiefen Dreiecke LIP die Seite LP samt den zween anliegenden Winkeln bekant ist, so lässet sich auch die Seiten IL berechnen §. 437.

8. In dem rechtwinkelichten Dreiecke ILO ist also die Hypothenuse IL, nebst dem Winkel ILO bekant, folglich findet man auch nach §. 435. IO, oder um wieviel I höher ist als L.

9. Addiret man nun SP zu IO, wann P niedriger als L, und subtrahiret es davon, wann das Gegenteil ist, so bekomt man auch IT. oder um wieviel I höher ist als P.

Es erhellet von selbsten, daß man auf eine ähnliche Weise zu verfahren habe, wenn die perpendikulare Tieffe eines Gegenstandes von der Höhe aus bestimmet werden sol. Doch wird in den angeführten Fällen überhaupt vorausgesezt, daß die Abstände der Standpunkte von der perpendikularen Höhe, oder Tieffe nur so gros sind, daß der Unterschied des scheinbaren von dem wahren Horizonte noch unmerklich sei; widrigenfals die beobachte Höhen, oder Tieffenwinkel einer zwiefachen Ursache eine Verbesserung erhalten müsten, wie aus folgenden zween Lehrsätzen weiters zu ersehen.

Lehrsatz.

§. 464. Wenn bei hohen oder Tieffenwinkelsbeobachtungen die Obiekte so weit von dem Standpunkte entfernet sind, daß der Unterschied des scheinbaren und wahren Horizonts beträchtlich wird, oder die scheinbare horizontal mit der Sehne der wahren einen merklichen Winkel machet, so mus man:

Fig. 24. 1. Wenn das Obiekt O höher als die scheinbare horizontal AH ist, den halben Winkel ACO, den die durch A und O bis an den Mittelpunkt der Erde C gezogene Linien machen, zu dem beobachteten scheinbaren Höhenwinkel OAH addiren.

Fig. 25. 2. Wenn das Obiekt O nicht allein niedriger als die scheinbare Horizontal AH, sondern auch als die wahre AB ist; oder wenn

der

der beobachtete Tieffenwinkel HAO grösser als der halbe Winkel am Mittelpunkte der Erde ACB ist, den leztern von dem erstern abziehen.

3. Ist aber das Obiekt O zwar niedriger als die scheinbare AH, aber höher als die wahre Horizontal AB, und folglich der beobachtete Winkel HAO kleiner als der halbe Winkel ACB am Mittelpunkte, so mus der erstere von dem leztern abgezogen werden, um in allen dreien Fällen den wahren Höhen- oder Tieffenwinkel OAB zu bekommen.

Beweis: 1. Um den Höhenunterschied BO in allen dreien gesezten Fällen zwischen A und O zu finden, so müste man das Dreieck OAB auflösen, und dahero eigentlich den Winkel OAB messen. Da man aber bei Höhen- und Tieffenwinkelsbeobachtungen allezeit einen Visierstrahl im scheinbaren Horizonte AH, und den andern nach dem Obiekte O richtet, §. 455. so beobachtet man eigentlich nur HAO; folglich im ersten Falle um HAB zu klein, im andern um eben demselben zu gros, und im dritten ist HAB um den beobachteten Winkel HAO zu gros. Der Winkel HAB aber ist $= \frac{ACB}{2}$ der Erde, weil AH eine Tangente zu AC ist, §. 84. um also die wahre Höhen- oder Tieffen-

winkel zu bekommen, so mus man im ersten Falle zu dem beobachteten Winkel HAO den halben Mittelpunktswinkel $\frac{ACB}{2}$ addiren; im andern $\frac{ACB}{2}$ von den beobachteten HAO, und im dritten den beobachteten HAO von $\frac{ACB}{2}$ subtrahiren.

Zusatz.

§. 465. Da im dritten Falle das Obiekt O tieffer lieget, als die scheinbare Horizontal AH, so scheinet der beobachtete Winkel HAO ein Tieffenwinkel zu sein, wiewohl er an sich selbst ein wirklicher Höhenwinkel ist; und ereignete es sich, daß das Obiekt genau im scheinbaren Horizonte stünde, so würde er ebenfals noch ein Höhenwinkel sein, weil das Obiekt O wirklich noch höher als A stünde.

Zusatz.

Fig. 27. §. 466. Wenn man also in einer beträchtlichen Entfernung AB einmal in A den scheinbaren Höhenwinkel OAH, und das andere mal in O den scheinbaren Tieffenwinkel AOF beobachtet, so sind sie einander nicht gleich, wie sie wohl sein solten, wenn man die zwo scheinbare Horizontalen AH und OF als Paral-

rallelen annehmen könte; verbessert man sie aber nach §. 464. so werden sie einander volkommen gleich, d. i.

$$OAH + HAB = FOA - FOC.$$

Es würden dahero dieienige, so von dieser Verbesserung der Höhen- und Tieffenwinkel nichts wissen, mit besonderer Befremdung erfahren, daß sie, wenn sie die Winkel einmal in dem niedern Orte A, und das anderemal in dem hohen O beobachten, und zu mehrerer Sicherheit die Auflösung der Dreiecke mit beiden scheinbaren Winkeln vornehmen, zweierlei Höhenunterschiede für A und O heraus bringen müssen.

Lehrsatz.

§. 467. Die Strahlenbrechung, die sich bei grossen Entfernungen in der Luft ereignet, verändert die Höhen- und Tieffenwinkel, und zwar werden dadurch die erstere zu gros, und die andere zu klein beobachtet.

Beweis: Aus sichern Erfahrungen ist bekant, daß der Strahl, der von einem nahe am Horizonte gelegenem Obiekte O in unser Auge A komt, keine gerade Linie AO, sondern eine etwas in die Höhe gekrümte Linie AmO sei; welche Krümmung aber erstlich in etwas grossen Entfernungen merklich wird. Da wir nun den eigentlichen Ort des erblickten Gegenstandes nach der Richtung einer geraden Linie, folglich nach der Tangente der Fig. 24. und 25.

krummen Linie, so in unser Auge fält, beurteilen, so scheinet uns, das Bild des in O befindlichen Gegenstandes nicht wirklich in O, sondern vielmehr in R zu sehen; so werden dadurch die Höhen- und Tieffenwinkel verändert, und zwar werden die erstere um den Winkel RAO zu gros, und die andere um RAO zu klein beobachtet.

Wiewohl die Grösse dieses Strahlenbrechungswinkels nach der verschiedenen Beschaffenheit der Luft und des Wetters sehr veränderlich ist, und nicht volkommen gewis bestimmet werden kan, so haben dennoch einige berühmte Meskünstler wahrgenommen, daß die Summe der zween Winkeln RAO + XOA, so die Tangenten AR und OX des gekrümten Strahls AmO mit der geraden Linie AO machen, bei nahe $= \frac{1}{9}$ ACB sei; und obschon beide Winkel einander nicht gänzlich gleich sind, so werden sie doch ohne Irtum dafür angesehen, und dahero pfleget man insgemein so wohl bei Höhen- als Tieffenwinkeln den Strahlenbrechungswinkel RAO oder XOA $= \frac{1}{18}$ ACB anzunehmen.

Aufgabe.

Fig. 24. und 25. §. 468. Den Winkel ACB an dem Mittelpunkte der Erde, und folglich auch den Winkel RAO, den die Strahlenbrechung in der Luft verursachet, für iede gegebene Entfernung AB an der Oberfläche der Erde zu finden.

Auf-

Auflösung: Man kan in dem gegenwärtigen Falle ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Erde volkommen kugelförmig sei; nun machen den neuesten und bewehrtesten Ausmessungen zufolge 58655 Wienerklafter an der Oberfläche des Meeres AB gemessen, einen Bogen von einem Grade für den Mittelpunktswinkel ACB. Um also für iede gegebene Entfernung z. B. für 3586 Klafter die Grösse des Bogens in Graden und Minuten u. s. w. für den Mittelpunktswinkel zu finden, darf man nur setzen:

$$58655 : 3586 = 1^\circ \text{ oder } 3600'' : x,$$

so ist $\frac{3600 \times 3586}{58655} = 220'' = 3', 40'',$

und weil der Strahlenbrechungswinkel RAO $= \frac{1}{18}$ ACB ist, so ist $\frac{220''}{18} = 12'' =$ RAO.

Aus diesem Grunde haben wir die ganzen und halben Mittelpunktswinkel, wie auch die Strahlenbrechungswinkel für verschiedene Entfernungen berechnet, und in nachstehende Tafel zusammen getragen.

Tafel.

Der Mittelpunktswinkel und ihrer Hälften,

wie auch der Strahlenbrechung für verschiedene Entfernungen.

Entfernung in Wienermaasse.	Winkel am Mittelpunkte der Erde.		Halb. Mittelpunktswinkel.		$\frac{1}{18}$. Mittelpunkts oder Refr. Wink.	
	′	″	′	″	′	″
0						
16	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{18}$
163	0	10	0	5	0	$\frac{5}{9}$
325	0	20	0	10	0	$1\frac{1}{9}$
652	0	40	0	20	0	$2\frac{2}{9}$
977	1	0	0	30	0	$3\frac{3}{9}$
1303	1	20	0	40	0	$4\frac{4}{9}$
1629	1	40	0	50	0	$5\frac{5}{9}$
1955	2	0	1	0	0	$6\frac{6}{9}$
2281	2	20	1	10	0	$7\frac{7}{9}$
2607	2	40	1	20	0	$8\frac{8}{9}$
2932	3	0	1	30	0	10—
3258	3	20	1	40	0	$11\frac{1}{9}$
3584	3	40	1	50	0	$12\frac{2}{9}$
3910	4	0	2	0	0	$13\frac{3}{9}$
4236	4	20	2	10	0	$14\frac{4}{9}$
4562	4	40	2	20	0	$15\frac{5}{9}$
4888	5	0	2	30	0	$16\frac{6}{9}$
5214	5	20	2	40	0	$17\frac{7}{9}$
5540	5	40	2	50	0	$18\frac{8}{9}$
5866	6	0	3	0	0	20—
6192	6	20	3	10	0	$21\frac{1}{9}$
6517	6	40	3	20	0	$22\frac{2}{9}$
6843	7	0	3	30	0	$23\frac{3}{9}$
7169	7	20	3	40	0	$24\frac{4}{9}$
7495	7	40	3	50	0	$25\frac{5}{9}$
7821	8	0	4	0	0	$26\frac{6}{9}$
8146	8	20	4	10	0	$27\frac{7}{9}$
8472	8	40	4	20	0	$28\frac{8}{9}$
8798	9	0	4	30	0	30—
9124	9	20	4	40	0	$31\frac{1}{9}$
9450	9	40	4	50	0	$32\frac{2}{9}$
9776	10	0	5	0	0	$33\frac{3}{9}$
10102	10	20	5	10	0	$34\frac{4}{9}$
10428	10	40	5	20	0	$35\frac{5}{9}$
10754	11	0	5	30	0	$36\frac{6}{9}$

Fort-

Fortsetzung der Tafel.

Entfernung in Wienermaasse.	Winkel am Mittelpunkte der Erde.		Halb. Mittelpunktswinkel.		$\frac{1}{18}$. Mittelpunkts oder Refr. Wink.	
0	′	″	′	″	′	″
11080	11	20	5	40	0	$37\frac{7}{9}$
11405	11	40	5	50	0	$38\frac{8}{9}$
11731	12	0	6	0	0	40—
12057	12	20	6	10		$41\frac{1}{9}$
12383	12	40	6	20		$42\frac{2}{9}$
12709	13	0	6	30		$43\frac{3}{9}$
13034	13	20	6	40		$44\frac{4}{9}$
13360	13	40	6	50		$45\frac{5}{9}$
13686	14	0	7	0		$46\frac{6}{9}$
14012	14	20	7	10		$47\frac{7}{9}$
14338	14	40	7	20		$48\frac{8}{9}$
14663	15	0	7	30		50—

Aufgabe.

§. 469. Die in grossen Entfernungen gemessene scheinbare Höhen- und Tieffenwinkel, so wohl wegen dem von der Rundung der Erde, als auch von der Strahlenbrechung herrührenden Fehler nach obstehender Tafel zu verbessern.

Auflösung: 1. Es sei die Entfernung AB = 4236 Kl., das Obiekt O über den scheinbaren Horizontal AH, und der beobachtete scheinbare Höhenwinkel OAH = 22°, 42′, folglich ist der halbe Mittelpunktswinkel oder HAB nach der vorhergehenden Tafel = 2′, 10″ und Refraktionswinkel RAO = 14″. Derowegen ist 22°, 42′ + 2′, 10″ — 14″ = 22°, 43′, 56″ der wahre Höhenwinkel §. 464. 467. Fig. 24.

Fig. 25. 2. Wenn die Entfernung AB = 6893 Kl. das Objekt O unter der scheinbaren Horizontal AH, und der beobachtete scheinbare Tiefenwinkel HAO = 16°, 46′, 10″, folglich grösser als der halbe Mittelpunktswinkel HAB, so nach der Tafel bei nahe = 3′, 30″, und der Refraktionswinkel RAO = 23″ ist; so ist 16°, 46′, 10 — 3′, 30″ + 23″ = 16°, 43′, 3″ der wahre Tieffenwinkel.

Fig. 26. 3. Wäre die Entfernung AB = 12000 Kl. das Objekt O unter der scheinbaren Horizontal, und der beobachtete scheinbare Winkel HAO = 4′, 32″, folglich kleiner als der halbe Mittelpunktswinkel HAB, der nach der Tafel bei nahe = 6′, 10″ und der Refraktionswinkel = 41″ ist, so ist 6′, 10″ — 4′, 32″ — 41″ = 57″ der wahre Höhenwinkel OAB.

Aufgabe.

Fig. 28. 29. 30. 31. 32. und 33. §. 470. Aus einer bekanten Linie AB die Entfernung zweener Punkte C und D so wohl voneinander, als auch von den Endpunkten der gegebenen Linie A und B zu finden, wenn an zween derselben die Winkel gemessen werden können.

Auflösung: Es läst sich diese Aufgabe eigentlich in sechs Hauptfälle zerteilen, weil man die zween Punkte, an denen die Winkel ge=

gemessen werden, und die Lage der bekanten Linie so oft verändern kan.

Erster Fal. Wenn die Winkel an der bekanten Linie AB beobachtet werden können. Fig. 28.

Nachdem ihr in A die Winkel CAD und DAB, und in B die Winkel DBC und CBA nach den vorhero schon gegebenen Anleitungen beobachtet habet, so betrachtet 1. das Dreieck ABD, worin ihr die Winkel DAB und DBA samt der Seite AB kennet, folglich findet ihr auch AD und BD §. 437. Aus dem nehmlichen Grunde lassen sich in dem Dreiecke CAB die zwo Seiten AC und BC berechnen. 2. Da ihr nun in dem Dreiecke CAD die zwo Seiten AC und AD samt dem darzwischen begriffenen Winkel CAD kennet, so erhaltet ihr auch die Seite CD §. 440.

Zweiter Fal. Wenn man an einem Ende B der bekanten Linie AB verhindert wird, die Winkel zu beobachten; sie aber an dem andern A und in den Punkt C messen kan. Fig. 29.

Nach geschehener Beobachtung der Winkel BAD, DAC, DCB und BCA, betrachtet 1. das Dreieck ABC; und weil ihr daran die Seite AB und die Winkel in A und C kennet, so findet ihr auch die Seiten AC und BC §. 437. Aus eben dieser Ursache lassen sich in dem Dreiecke DAC, in welchen nun AC bekant geworden, die Seiten AD und CD finden. 2. Nun

kennet ihr in dem Dreiecke BAD die zwo Seiten AB und AD samt ihrem eingeschlossenen Winkel BAD, also läst sich auch BD berechnen §. 440.

Fig. 30. **Dritter Fal.** Wenn die bekante Seite AB zwischen den unbekanten Punkten C und D lieget, und man die Winkel in A und B beobachten kan; so findet ihr 1. in dem Dreiecke ABC, in welchem die Winkel CAB und CBA, nebst der Seite AB bekant sind, die Seiten AC und BC §. 437., und auf eben diese Art in dem Dreiecke ABD die Seiten AD und BD. 2. Da in dem Dreiecke ADC die Seiten AC und AD samt dem dazwischen begriffenen Winkel CAD bekant sind, so kan man CD nach §. 440. berechnen.

Fig. 31. **Vierter Fal.** Wenn die bekante Linie AB zwischen die zween unbekanten Punkten C und D fält, und man die Winkel aber nur in A und C beobachten kan, weil man von B nach D wegen einiger Hinternis nicht sehen kan. 1. Da ihr in dem Dreiecke ABC die zween Winkel BAC und BCA samt der Seite AB kennet, so könnet ihr auch AC und BC finden §. 437. 2. In dem Dreiecke ACD habet ihr die Seite AC, und die zween Winkel DAC und DCA bekant, derowegen könnet ihr CD und AD nach §. 437. berechnen. 3. In dem Dreiecke BAD sind die zwo Seiten AB und AD samt ih-

ihrem eingeschlossenen Winkel BAD bekant, also läst sich auch BD nach §. 440. finden.

Fünfter Fal. Wenn die bekante Linie AB ganz unzugänglich ist, und man also die Winkel an zween Punkten C und D der gegenüber stehenden Linie CD beobachten mus. Da man in diesem Falle an der bekanten Linie AB keinen Winkel kennet, und also die Länge der andern Linien nicht unmittelbar berechnen könte, so nehmet indessen die Linie CD von einer wilkührlichen Länge an, und berechnet nach derselben, und nach den beobachteten Winkeln die übrige Linien nach dem ersten Falle; so bekomt ihr lauter Dreiecke, so den gesuchten ähnlich sind, und deren Seiten mit den Seiten der leztern in Proportion stehen §. 139., folglich schliesset nunmehro: wie die berechnete Seite AB zu der gegebenen, so verhält sich eine iede andere berechnete Linie AC, BD, CD u. s. w. zu ihrer gleichnahmigten Linie. Fig. 32.

Sechster Fal. Wenn die bekante Linie AB zwischen den zween unbekanten Punkten C und D fält, und man die Winkel an denselben beobachten mus. Fig. 33.

Nehmet CD abermals von einer wilkührlichen Länge an, und berechnet nach derselben, und nach den beobachteten Winkeln die übrige Linien nach dem dritten Falle. Hierauf su-

chet nach der vorhergehenden Proportion die Länge einer ieden verlangten Linie.

Aufgabe.

Fig. 34. §. 471. Zu einer unzulänglichen Linie AB, deren Länge gegeben, eine Parallel DF oder IG zu ziehen; desgleichen auf AB einen Punkt X zu bestimmen, der von B einen verlangten Abstand habe.

Auflösung: 1. Erwählet euch zween beliebige Standpunkte in C und D, um daselbst die Winkel ACB, BCD, BDA und ADC messen zu können.

2. Berechnet die Linien nach dem fünften Falle der vorigen Aufgabe, damit ihr auch den Winkel DAB finden möget.

3. Ist der senkrechte Abstand DE der Parallel von AB wilkührlich, so machet den Winkel ADF = BAD, so ist DF Parallel mit AB §. 54.

4. Wäre aber der Abstand, den die Parallel haben sol, schon gegeben, wie EI, so suchet zuvor die perpendikulare Seite ED des Dreiecks ABD §. 435., richtet in D auf DF rechte Winkel auf, und verlängert oder verkürzet DE um so viel, als EI länger oder kürzer ist, als dieselbe, z. B. bis in I; stellet euch mit dem Instrumente dahin, lasset

in

in G einen Stab dergestalt einstecken, daß GID einen rechten Winkel machet, so ist GI Parallel mit AB §. 54.

5. Um noch den Punkt X zu finden, der von B einen verlangten Abstand haben sol, so betrachtet, daß in dem Dreiecke DBX die Seite BX gegeben, und DB samt den dazwischen begriffenen Winkel XBD aus der vorigen Operation bekant ist, derowegen findet ihr auch den Winkel BDX §. 440., machet nunmehro mit dem Instrument in D den Winkel BDX, so wird der Visierstrahl DX den verlangten Punkt X auf der Linie AB abschneiden.

Aufgabe.

§. 472. Auf einem gegebenen Punkte C einer unzugänglichen aber bekanten Linie AB eine Perpendikular CX von bestimter Länge zu errichten, und folglich den Punkt X auf dem Felde auszustecken. Fig. 35.

Auflösung: 1. Erwählet euch zween wilkührliche Standpunkte D und F, aus welchen ihr die Winkel ADB, CDF, BDF, BFD, CFD und AFD messen, und die Linien AF, BF, DF und CF, nebst dem Winkel BAF nach dem fünften Falle §. 470. berechnen könnet.

2. Zeichnet die Figur beiläufig auf, um euch besser ersehen zu können, und machet in

der-

derselben den Winkel AFE = BAF, so ist EF Parallel mit AB §. 54., und CEF = 90° weil BCE = 90° §. 54.

3. Ziehet den Winkel AFD von CFD ab, und addiret den Unterschied AFC zum Winkel AFE, so habt ihr in dem rechtwinkelichten Dreiecke CEF die Seite CF, nebst dem Winkel CFE bekant, folglich findet ihr CE und EF §. 435., und weil die Länge CX gegeben ist, so ist CX — CE = EX.

4. In dem rechtwinkelichten Dreiecke FEX ist nun EF und EX bekant, also läst sich der Winkel EFX, und die Seite FX nach §. 432. berechnen.

5. Endlich ist in dem Dreiecke DFX die Seite DF und FX bekant, und wenn man den Winkel CFD von CFE abziehet, und den Unterschied DFE zu EFX addiret, so bekomt man auch den dazwischen begriffenen Winkel DFX, folglich findet man auch den Winkel FDX. §. 440.

6. Stecket also in D und F beide gefundene Winkel FDX und DFX aus, so ist CX die verlangte Perpendikular.

Auf eine fast ähnliche Art würde man zu verfahren haben, wenn der Punkt X gegeben wäre, und man auf AB den Punkt C bestimmen solte, worauf die Perpendikular XC treffen müste.

Es würde nun auch leicht sein, durch den Punkt X eine Parallel zu AB zu ziehen, und also die §. 471. gegebene Aufgabe auf eine andere Art aufzulösen.

Aufgabe.

§. 473. Es sei ABDEFC der Umfang einer Festung; AB entweder aus einer vorhergegangenen Operation, oder sonsten bekant, und man könne in C die Winkel ACO, OCF und OCG; so wie in D die Winkel FDE, FDO, ODB und BDH; von dem Thurm O aber auf alle Punkte sehen, und die Winkel in die ganze Runde herum beobachten, man solle nun hieraus alle Linien der Figur berechnen. Fig. 36.

Auflösung: Betrachtet erstlich die in dem Fünfecke ABDFC enthaltene Dreiecke. Weil man nun in dem Dreiecke ABO nur eine Seite und einen Winkel kennet, in den übrigen aber gar keine Seite bekant hat, so nehmet für die Linie CO indessen eine wilkührliche Länge an, und berechnet nach derselben erstlich das Dreieck ACO, und dann auch COF, FOD und DOB nach §. 437., so findet ihr alle Linien verhältnismässig nach der ersten angenommenen Linie. Da ihr nun in dem Dreiecke ABO zwo Seiten AO und BO, nach dem angenommenen Maasse samt dem

Win-

Winkel AOB kennet, so findet ihr auch nach demselben AB §. 440. Weil nun diese angenommene Dreiecke den wirklichen ähnlich sind, so schliesset: wie die für AB gefundene Linie sich zu der gegebenen Linie AB verhält, so verhält sich auch eine iede andere berechnete Seite zu dem wirklichen Maasse derselben. Nunmehr wird es auch leicht sein, die Dreiecke COG, EDO und DHO zu berechnen, weil in iedem derselben zween Winkel, und zwo Seiten bekant sind.

Aufgabe.

§. 474. Wenn drei Punkte A, B und C gegeben sind, die entweder in einem Dreiecke oder in einer geraden Linie liegen, einen vierten wilkührlich angenommenen Punkt D, aus welchem man nach den vorigen sehen, und die Winkel messen kan, nach demselben zu bestimmen, oder dessen Entfernung davon zu finden.

Fig. 37. **Erster Fal.** Wenn der unbekante Standpunkt D auf einer Seite des bekanten Dreiecks ABC selbst lieget.

Auflösung: Messet den Winkel ADB, wo alsdann der andere ADC als das Complement des erstern ohnehin bekant wird. Da euch nun in dem Dreiecke ADB die Seite AB samt dem Winkel ABD gegeben ist, und der Winkel ADB beobachtet worden, so findet

ihr

ihr AD und BD nach §. 437., und sodann ist BC — BD = DC.

Zweiter Fal. Wenn der Standpunkt D zwar auser dem bekanten Dreiecke ABC, aber in der Verlängerung einer Seite desselben genommen, und der Winkel BDA beobachtet wird. Fig. 38.

Auflösung: Ziehet den gegebenen Winkel BAC von 180° ab, um BAD zu bekommen; da ihr nun in dem Dreiecke BAD die Seite BA samt den zween Winkeln A und D kennet, so könt ihr nach §. 437. AD und BD berechnen.

Dritter Fal. Wenn der Standpunkt D auser dem gegebenen Dreieck ABC entweder einem Winkel A wie Fig. 39. oder einer Seite BC, wie Fig. 40. entgegen stehet, und man die Winkel, so die drei Punkten in D machen, beobachten kan. Fig. 39. und 40.

Auflösung: Stellet euch vor als ob durch die zween äusserste Punkte des gegebenen Dreiecks B und C, und durch den Standpunkt D ein Zirkel gezogen wäre §. 60., führet hierauf im Gedanken eine Linie durch A und D, und verlängert sie bis in X; ziehet alsdann die Sehnen BX und CX, so wird der Winkel XBC = XDC, und XCB = BDX; desgleichen BXD = BCD, und DXC

= DBC §. 78., hieraus folget also, das die Aufgabe auf folgende beide Arten aufgelöset werden könne, nehmlich:

Geometrisch: 1. Nachdem ihr das gegebene Dreieck auf dem Papier gezeichnet, so traget den in D beobachteten Winkel BDA in BCX, und den Winkel ADC in CBX.

2. Beschreibet durch die drei Punkte B, X und C einen Zirkel.

3. Ziehet die Linie XA, und verlängert sie bis an den entgegen stehenden Umkreise in D, so ist D der gesuchte wilkührliche Standpunkt. Denn in einem ieden andern Punkte des Kreises so wohl, als ausserhalb desselben würden die Winkel XBC und XDC; wie auch XCB und BDX nicht mehr einander, folglich auch nicht den beobachteten Winkeln gleich werden.

Es ist eben nicht nöhtig, daß man um die drei Punkte B, X und C ausdrücklich einen Zirkel beschreibe, um den Punkt D zu finden, derselbe wird aus eben dem obangeführten Grunde auch bestimmet, wenn man, nachdem der Winkel XBC = XDC und XCB = XDB gemacht, und die Linie XA unbestimt bis gegen D verlängert worden, nur den Winkel BCD = BXD, und CBD = CXD machet, welches in der Ausübung bequemer ist.

Trigonometrisch: 1. In dem Dreiecke BCX ist die Seite BC gegeben, und die Winkel XCB und XBC sind den beobachteten gleich, also findet ihr die Seite BX §. 437.

2. In dem Dreiecke XBA ist die Seite BX, und die gegebene AB samt dem dazwischen begriffenen Winkel XBA, der in Fig. 39. = XBC + CBA, und in Fig. 40. = XBC — ABC ist, bekant, also erhaltet ihr auch den Winkel BXA §. 440.

3. Da ferner in dem Dreiecke BCD die Seite BC gegeben, der Winkel BCD = BXD §. 78. und BDC den zween beobachteten gleich ist, so wird nicht nur CBD bekant, sondern ihr könt auch die zwo Seiten BD und CD berechnen §. 437.

4. Ziehet ihr nun in Fig. 39. den Winkel CBA von CBD ab, und in Fig. 40. addiret ihr CBA zu CBD, so bekomt ihr in beiden den Winkel ABD. Da ihr also in dem Dreieck ABD die Seiten AB und BD, und auch noch zween Winkel kennet, so könnet ihr AD berechnen §. 437.

Wir finden hiebei noch zu erinnern nöhtig, daß wenn der Punkt D einer Seite BC Fig. 40. entgegen stehet, und von ungefähr sich ereignete, daß die beobachteten Winkel den an der Seiten BC des gegebenen Dreiecks gelegenen Winkeln, so zum voraus bekant sind, genau gleich würden, d. i.

wenn z. B. das bekante Dreieck BXC, der Winkel XDC = XBC, und XDB = XCB wäre, so würde die Aufgabe unbestimt sein, weil alsdann der Punkt D überal in dem Umkreise BDC liegen könte, ohne daß sich dadurch die Winkel an demselben änderten, indem sie allezeit auf einerlei Sehne stehen würden §. 78. Da sich aber dieses nur sehr selten ereignen kan, so behält die Aufgabe noch immer ihren Wehrt und Nutzbarkeit, um so mehr als man diesen Fal sogleich vermeiden kan, wenn man den Standpunkt D verändert.

Fig. 41. **Vierter Fal:** Wenn der Standpunkt D innerhalb dem gegebenen Dreiecke ABC ist, und man die Winkel ADB und ADC beobachten kan.

Auflösung: Stellet euch abermal vor, als ob durch die Punkte B, C und D ein Zirkel gezogen wäre. Ziehet hierauf in Gedanken die Linie AD, und verlängert sie bis gegen den entgegen stehenden Umkreis in X, worauf ihr die Sehnen BX und CX ziehet. Nunmehro wird BCX = BDX und CBX = CDX §. 78., welches die Complemente der beiden beobachteten Winkeln BDA und CDA, folglich bekant sind. Ferner wird BCD = BXD und CBD = DXC §. 78., folglich erhaltet ihr den Standpunkt D folgender Gestalt:

Geometrisch: 1. Nachdem ihr das gegebene Dreieck ABC aufgezeichnet, so traget

das

das Complement des beobachteten Winkels BDA in BCX, und das Complement des beobachteten Winkels CDA in CBX, wodurch ihr den Punkt X erhaltet.

2. Beschreibet nunmehr durch die Punkte B, C und X einen Zirkel.

3. Ziehet die gerade Linie AX, so ist der Punkt D, wo sie den Umkreis durchschneidet, der gesuchte Standpunkt; weil nur alsdann die Winkel BCX = BDX und CBX = CDX, folglich auch die beobachteten Winkel in dem Standpunkte erhalten werden.

Wolt ihr aber den Zirkel nicht beschreiben, so ziehet, nachdem ihr einmal den Punkt X wie gemeldet worden, bestimmet habt, die Linie AX, und machet den Winkel DBC = AXC, und DCB = AXB, so wird der Durchschnittspunkt D der gesuchte Standpunkt sein.

Trigonometrisch: 1. In dem Dreiecke BCX kennet ihr den Winkel CBX und BCX, nebst der Seite BC, also findet ihr die Seite BX §. 437.

2. In dem Dreiecke ABX ist der Winkel ABC + CBX samt den zwo Seiten AB und BX bekant, also könnet ihr den Winkel BXA und BAX finden §. 440.

3. In dem Dreiecke BCD wisset ihr nun den Winkel DCB = BXA, und den Winkel

BDC = 360° — ADB — ADC nebst der Seite BC, also läst sich auch BD und CD berechnen §. 437.

4. In dem Dreiecke ABD sind euch die zwo Seiten AB und BD nebst den zween Winkeln ADB und BAD gegeben, also findet ihr auch die Seite AD §. 437.

Fig. 42. **Fünfter Fal:** Wenn die drei gegebene Punkte B, A und C in einer geraden Linie liegen.

Auflösung: Wenn durch die beide äussere Punkte B und C, und durch den Standpunkt D im Gedanken ein Zirkel gezogen, und die Linie DA bis in X verlängert wird, so ist BDX = BCX und CDX = CBX §. 78., folglich:

Geometrisch: 1. Traget den beobachteten Winkel BDX in BCX, und CDX in CBX, so bekomt ihr den Punkt X.

2. Beschreibet durch die drei Punkte B, X, C einen Zirkel; ziehet die Linie XA, und verlängert sie bis in D, so wird solcher der gesuchte Standpunkt.

Oder wenn ihr den Zirkel nicht ziehen wollet, so verfahret wie im dritten Fal gewiesen worden.

Trigonometrisch: 1. In dem Dreiecke BXC ist die Seite BC, samt den beiden daran lie-

liegenden Winkeln, so den beobachteten gleich sind, bekant; folglich findet ihr die übrige Teile, wie BX §. 437.

2. In dem Dreiecke BXA sind die beide Seiten BX und BA samt dem dazwischen begriffenen Winkel bekant; folglich erhaltet ihr den Winkel BXA §. 440.

3. Ferner ist in dem Dreiecke XBD nunmehro der Winkel BXD und BDX, also auch XBD samt der Seite BX bekant, daher findet ihr auch BD.

4. Endlich kan in dem Dreiecke BCD aus den zwo bekanten Seiten BC und BD samt dem dazwischen begriffenen Winkel CBD = XBD — XBA die Seite CD, und in dem Dreiecke BAD die Seite AD gefunden werden.

Zusatz.

§. 475. Man kan also durch den gefundenen Punkt D zu einer der gegebenen drei Linien des bekanten Dreiecks ABC Fig. 39. 40. 41. 42. eine Parallellinie ziehen, wenn man die Wechselwinkel auf dem dahin gezogenen Visierstrahl gleich machet, und ausstecket.

Aufgabe.

§. 476. Die mit schief gestelten Instrumente beobachteten Winkel eines oder mehrer

rer Dreiecke auf einen verlangten Horizont zu reduciren.

Vorerinnerung: Wenn man mit einem Instrument, dessen Fernröhre keine vertikale Bewegung haben, sondern immer mit der Fläche desselben parallel bleiben, die Winkel zwischen hoch oder nieder liegenden Objekten zu messen hat, so ist man genöhtiget, dasselbe mit seiner Fläche so schief zu stellen, daß man die Gegenstände, worauf man zu zielen hat, gehörig abschneiden könne. Dadurch aber messet man, weil die Höhen öfters sehr verschieden sind, eigentlich auf verschiedene Weise schief liegende Dreiecke, die zusammen weder in einer geraden noch in einer kugelförmigen Fläche liegend angesehen werden können, und in ihrer Berechnung würde man anstaat der horizontalen, wie erfoderlich wäre, nur die schrähe Abstände oder Hypothenussen erhalten. Derowegen ist man in einem solchen Fal verbunden, nicht allein die Winkel dieser Dreiecke, sondern nebst diesen auch noch die Höhen- oder Tieffenwinkel zu beobachten, und sie alsdann auf einen Horizont folgendermaassen zu reduciren.

Fig. 43. **Auflösung:** 1. Wenn ihr in A mit dem schief gestelten Instrumente den Winkel BAC, zwischen den in verschiedener Höhe liegenden Objekten gemessen habet, so stellet dasselbe vertikal, und beobachtet auch die Höhenwinkel BAE und CAF; nicht minder nachdem ihr in C den Winkel BCA genommen, so beobachtet auch den Höhenwinkel BCD.

2. Da man um ein Dreieck berechnen zu können, wenigsten eine Seite bekant haben mus, so setze ich voraus, daß die horizontale Seite AF aus einer vorhergegangenen Operation bekant sei, oder wirklich gemessen worden. Weil euch nun in dem rechtwinkelichten Dreiecke AFC, die Seite AF nebst dem gemessenen Höhenwinkel CAF bekant ist, so findet ihr die Seite AC und CF §. 434.

3. In dem schief liegenden Dreiecke ABC, ist euch die Seite AC samt den Winkeln BAC und BCA bekant, also erhaltet ihr AB und BC §. 437.

4. Sind die gefundenen Seiten AB und BC von beträchtlicher Länge, so verbessert die beobachteten Höhen- oder Tieffenwinkel nach §. 469. und betrachtet, daß euch nun in den zwei rechtwinkelichten Dreiecken AEB, und CDB die spitzigen Winkel und Hypothenussen bekant sind, derowegen findet ihr auch die horizontalen Seiten AE und DC, und die Höhen BE und BD §. 435. Ob zwar DC die Höhe CF weiter vom Mittelpunkte der Erde entfernet ist, als EF, so könt ihr dannoch, wenn dieser Unterschied in Ansehung des Radius der Erde nicht beträchtlich ist, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, DC für FE annehmen, um die drei Seiten des horizontalen Dreieckes AEF zu bekommen, dessen

Winkel, wenn man sie nöhtig hat, nach §. 437. berechnet werden können.

5. Wäre aber der Unterschied CF der Entfernung vom Mittelpunkt der Erde in Ansehung des Radius beträchtlich, so sei der Radius bis an den Punkt F Fig. 43. = OF Fig. 44., der von C = OC; nicht minder EF Fig. 43. = EF Fig. 44., und DC = DC; in diesem Fal würde man DC nicht für EF annehmen können, sondern nebst deme, daß ihr den Radius der Erde OS bis an die Oberfläche des Meeres = 3273000 Wienerklafter kennet, müsset ihr durch eine besondere, und eigentlich nicht hieher gehörige Operation wissen, wieviel F oder vielmehr A Fig. 43. und C über gedachte Oberfläche erhoben sind, damit euch die Radien OF und OC Fig. 44. bekant werden. Nun könt ihr wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke setzen:

Fig. 44.

$$OC : CD = OF : FE,$$

oder

$$OC : FC = CD : DC - FE$$

§. 128., also ist: $\frac{FC \times CD}{OC} = DC - FE.$

D. i. der Differenz der zwo Seiten CD und FE. Ziehet ihr nun dieselbe von der grössern CD ab, so bekomt ihr die kleinern FE, die in dem nehmlichen Horizont wie AF und FE Fig. 43. lieget. Auf die nehmliche Art würde man zu verfahren haben, wenn man diese Seiten bis

auf

auf die Oberfläche des Meeres NS selbst reduciren wolte.

6. Ist an das Dreieck ABC noch ein anderes CBG angeschlossen, welches ebenfals auf den Horizont des vorigen gebracht werden sol, so beobachtet in B und C nebst den schiefen Winkeln GBC und GCB auch noch die Höhenwinkel GBH und GCI; bringet das Dreieck erstlich auf den Horizont, des Punktes C, nach der vorigen Art, so bekomt ihr das Dreieck CDI, welches aber um FC höher als AEF lieget, derowegen reduciret dessen Seiten auf den Horizont von F nach N. 5. Auf eben diese Art habet ihr zu verfahren, wenn noch mehrere Dreiecke aneinander stiessen. Fig. 43.

Wenn ein Punkt auf der Erdfläche sehr weit vom Meere entfernet ist, so würde die Untersuchung seiner Höhe über dasselbe durch wirkliches Nivelliren, oder durch was immer für eine geometrische Unternehmung sehr mühsam und weitläuftig fallen, und ohne Zweifel vielen Fehlern unterliegen. Aus dieser Ursache bedienet man sich in solchen Fällen des Barometers, weil man wahrgenommen hat, daß das Queckfilber in demselben an der Oberfläche des Meeres am höchsten stehet, und desto tieffer fält, ie höher man über dieselbe hinauf steiget. Weis man nun aus Beobachtungen, oder aus andern Gründen, wieviel diese Veränderung des Barometers in verschiedenen Höhen beträget, so läst sich auch die Höhe eines Orts über die Meeresfläche bei nahe daraus schliessen. Ich sage mit

Recht,

Recht, bei nahe, weil man bisher in dieser Art die Höhen zu bestimmen, noch keine volkommene richtige Regel hat ausfindig machen können. Da es aber alhier auf eine grosse Genauigkeit nicht ankömt, so kan der Barometer im gegenwärtigen Fal noch immer mit Vorteil angewendet werden. Es würde aber zu weitläuftig, und unserer Absicht zuwider sein, die Berechnungsart selbst, deren man sich hiebei bedienet, hieher zu setzen. Wer aber davon mehrere Nachricht verlanget, der besehe **Lulolfs mathematische und physikalische Kentnis der Erdkugel**, und andere Schriften mehr.

Es lassen sich zwar die schief beobachteten Winkel durch die sphärische Trigonometrie auf eine kürzere Art auf den Horizont bringen, da wir uns aber bis auf diese Wissenschaft in diesen Anfangsgründen nicht ausdehnen können, so müssen die Anfänger sich indessen mit der obenangeführten behelfen. Uebrigens sehen sie hieraus, wie vieler Arbeit man überhoben ist, wenn man mit einem Instrumente zum Winkelmessen versehen ist, dessen Fernröhre eine vertikale Bewegung haben, damit man in horizontaler Stellung auch auf hohe und niedrige Gegenstände zielen, und gleich die horizontale Winkel beobachten könne. Jedoch ist bei dieser Art zu merken, daß nach derselben alle Dreiecke, so aneinander stossen, in einer geraden Fläche liegend vorgestellet werden. Wenn nun ihre gesamte Ausdehnung so beträchtlich ist, daß sie sich schon merklich einem Teile der Kugelfläche nähert, so ist erfoderlich, um die gerade Fläche auf die Kugelfläche reduciren zu können, daß man in iedem Dreiecke wenigstens einen Höhenwinkel beob-

achte, damit man dadurch erfahre, um wieviel iedes Dreieck mehr oder weniger von dem Mittelpunkte der Erde entfernet sei, und ihre Seiten alsdenn nach N. 5. und 6. der vorigen Aufgabe auf einerlei Oberfläche bringen könne.

Aufgabe.

§. 477. Die ausser einem wahren Punkte beobachteten Winkel auf demselben zu reduciren, und die wahre Seiten zu finden.

Vorbereitung. Es ereignet sich bei trigonometrischen Operationen sehr oft, daß man einen Winkel nicht in dem Punkte wo man solte, sondern etwan unweit davon in einem andern beobachten mus. Z. B. man hat aus einem vorher angenommenen Standpunkte auf die Spitze eines Thurms oder Hauses gezielet, man kan sich aber mit dem Instrumente nicht dahin stellen, sondern mus zufrieden sein, den zweiten Winkel irgenswo in der Nähe, aber ausser demselben, etwan an einem Fenster beobachten zu können. Nun ist klar, daß man dadurch nicht den wahren Winkel den man suchet, sondern einen falschen oder unrechten beobachtet, und der Unterschied zwischen beiden wird desto grösser sein, ie weiter der Mittelpunkt des Instruments von dem wahren Punkte abstehet, und ie kürzer die Schenkel des Winkels sind. Ob nun zwar die Stellung des Instruments sich in Ansehung des

wah-

wahren Punkts unendlich oft verändern kan, so läst sie sich doch in nachstehende 6 Hauptfälle bringen.

Fig. 45. N. 1. 1. Stehet der wahre Punkt P hinter dem Mittelpunkte C des Instruments, und in der Verlängerung eines Schenkels, so wird der Winkel C um den Winkel A zu gros beobachtet, weil $A + P = C$ §. 91., folglich ist $P = C - A$.

N. 2. 2. Ist der wahre Punkt P vor dem Mittelpunkte C des Instruments, und auf einem Schenkel selbst, so wird der Winkel C um den Winkel A zu klein beobachtet, weil $A + C = P$ §. 91.

N. 3. 3. Befindet sich aber der wahre Punkt P hinter dem Instrumente C und ausser den Schenkeln, so wird der Winkel C oder $m + n$ um beide A und B zu gros beobachtet, weil $A + o = n$, und $B + s = m$ §. 91., folglich $m + n = A + o + B + s$, und also $m + n - A - B = o + s = P$ ist.

N. 4. 4. Wäre der wahre Punkt P vor dem Instrumente und inner den Schenkeln des beobachteten Winkels, so wird der Winkel C oder $m + n$ um beide A und B zu klein beobachtet, weil erstlich $A + n = o$, und $B + m = s$ ist §. 91., folglich $A + n + B + m = o + s = P$.

5.

5. Wenn der wahre Punkt P links auf der Seite des Instruments stehet, so wird der Winkel c um A zu gros, und um B zu klein beobachtet; denn nach §. 91. ist A + P = O, und B + C = O, folglich A + P = B + C; und also ist P = C + B — A. N. 5.

6. Ist endlich der wahre Punkt P rechts auser den Schenkeln, so wird der beobachtete Winkel C um B zu gros, und um A zu klein werden; weil wiederum A + C = O, und B + P = O §. 91., folglich ist A + C = B + P, und C + A — B = P. N. 6.

Es komt also lediglich darauf an, wie der Wehrt iener Winkel, die von den beobachteten bald zu subtrahiren, bald zu addiren sind, zu finden sei.

Auflösung: Es sei in dem Dreiecke PQR ein Winkel anstaat in P, links in C beobachtet worden, wo folglich der Winkel QCR um CQP zu klein, und um CRP zu gros ist. Um also den Wehrt dieser Winkel zu finden, so lasset: Fig. 46.

1. Aus dem wahren Punkte P die Perpendikularen PD, und PF auf die Schenkel des beobachteten Winkels, oder auf ihre Verlängerung, wenn solches nöhtig wäre, fallen und ausmessen.

2. Berechnet das Dreieck PQR mit den auser dem wahren Punkte beobachteten Winkeln

keln wie gewöhnlich, um indessen die Seiten PQ und PR nur beiläufig zu bekommen.

3. Betrachtet das rechtwinkelichte Dreieck QFP, worin ihr die Seite QP und PF kennet, folglich auch den Winkel FQP erhaltet §. 433.

4. In dem rechtwinkelichten Dreiecke RDP, kennet ihr die Seite RP und PD, derowegen findet ihr den Winkel DRF §. 433.

5. Addiret den gefundenen Winkel FQP zu den beobachteten QCR, und ziehet DRP davon ab N. 6., so habt ihr den wahren Winkel QPR, der in P hätte beobachtet werden sollen.

Auf die nehmliche Weise wäre auch zu verfahren, wenn der Winkel QRP auffer dem wahren Punkte beobachtet würde.

6. Habet ihr solchergestalt die wahren Winkel gefunden, so berechnet die Seiten des Dreiecks QPR nochmals darnach auf die gewöhnliche Art, um endlich auch diese wahrhaft zu erhalten.

Zusatz.

Fig. 47. §. 478. Ist der wahre Punkt unzugänglich, wie z. B. die Dachspitze P eines Gebäudes ist, und ihr könnet folglich die nöhtige Perpendikularen von demselben bis an die

Schen-

Schenkel des neben ihm in C beobachteten Winkels nicht wirklich messen, so suchet erstlich die Lage des Instruments C, und dann auch des wahren Punktes P in Ansehung einer Seite AB des Gebäudes zu bestimmen. Das erste geschiehet, wenn ihr das Dreieck CGI, welches die verlängerte zween Schenkel des in C beobachteten Winkels mit der Seite AB des Hauses machet, und auch AG ausmesset; das andere aber, wenn ihr euch mit einem langen Senkel etwan in die Verlängerung von AB in beliebiger Entfernung in F stellet, nach der Senkelschnur gegen dem Punkt P schauet, zugleich den Punkt R bemerken lasset, wo die Schnur die Mauer abschneidet, und dann das Dreieck FBR ausmesset; ferner wenn ihr euch in C stellet, nach der Senkelschnur abermals nach P sehet, den Punkt O der Schnur an der Mauer bemerket, und das Dreieck GCO ausmesset. Wenn ihr nun die Seite AB, nebst den ausgemessenen Dreiecken CGI, GOC, FBR nach einem deutlichen verjüngten Maasstabe zu Papier bringet, CO und FR verlängert, so ist ihr Durchschnittspunkt P der wahre und verlangte Punkt, und es wird nunmehro leicht sein, die Perpendikulären EP und DP zu ziehen, und nach dem angenommenen Maasstabe auszumessen. Nach einigen gemachten Ueberlegungen werdet ihr

euch auch in andern ähnlichen Fällen nach den Umständen fast auf eben diese Art helfen können.

Ob zwar die angegebene Art, die Winkel auf den wahren Punkt zu reduciren, der geometrischen Schärfe nach nicht ihre gänzliche Richtigkeit hat, weil anfangs die Seiten durch falsche Winkel berechnet werden, so ist doch die Abirrung, wenn anders der wahre Punkt nicht sehr weit vom Instrumente ist, so geringe, daß sie keinen merklichen Fehler hervor bringet. Um sich dessen aber zu überzeugen, darf man nur nach bereits gefundenen wahren Seiten die Reduktion mit demselben, wie zuvor mit den falschen, nochmals vornehmen.

Da die Winkel, um welche die beobachten zu verbessern sind, meistens nur sehr spitzig, und nur von einigen Minuten und Sekunden ausfallen, leztere aber bei genauen Operationen nicht allezeit vernachlässiget werden dürfen, und ihre Sinusse in den gewöhnlichen Tafeln weder enthalten sind, noch auch durch ihre Differenzen zwischen zwo und zwo Minuten mittelst der gewöhnlichen Proportion scharf genug gefunden werden können, so werden wir am Ende dieses Teiles die Logarithmen der Sinusse von der ersten Sekunde bis 32 Minuten beifügen, um sich derselben bei der Reduktion der Winkel zur Auflösung der sehr spitzigen Dreiecken nach Bequemlichkeit bedienen zu können.

Viertes Hauptstück.

Von zusammengesezten trigonometrischen Aufgaben und Aufnehmung einer ganzen Gegend oder Provinz.

Erklärung.

§. 479.

Die **Aufnehmung** einer Gegend oder ganzen Provinz durch die Trigonometrie, ist die Bestimmung der Lage und Entfernung der haupt und wichtigsten Punkte, durch die Berechnung und Auflösung einer ununterbrochenen Reihe von Dreiecken, daran man die nöhtige Winkel beobachtet, und wenigstens eine Seite als eine Grundlinie gemessen haben mus.

Man ziehet bei dieser Art aufzunehmen aus der Ursache nur die haupt und wichtigste oder sonsten von weiten leicht kenbare Punkte, als da sind: die Thurmspizen, Kapellen, Kreuzsäulen, einzelne Gebäude, Windmühlen, Gipfel von Bergen u. a. m. in Betrachtung, weil es eine unnenbare Arbeit wäre, alle in einer weitschichtigen Gegend vorkommende minderwichtige Gegenstände durch die

Trigonometrie bestimmen zu wollen. Da dieselbe aber zur Ausdrückung der wahren Beschaffenheit der Situation dennoch, und allerdings nöhtig sind, und in einer wohl ausgeführten Karten, oder in einem Grundrisse nach dem Verhältnis, als es der dazu angenommene Maasstab erlaubet, ausgedrückt werden müssen, so werden wir in folgenden Hauptstücken zu zeigen Gelegenheit nehmen, was für einer Art aufzunehmen man sich hierzu bediene.

Gleichwie wir die Bestimmung der Lage, und Entfernung verschiedener Punkte in einigen einzelnen Fällen im vorhergehenden Hauptstücke gewiesen haben, eben so wird sie bei der Aufnehmung einer grossen Gegend bewirket; nur mit dem Unterschiede, daß hier eine grössere Anzahl Dreiecke aneinander hänget, und ihre Auswahl und Auflösung, sonderlich wenn man die Winkel in manchen Punkten wegen Hindernissen nicht beobachten kan, noch mehr Nachsinnen erfodert. Wir werden dahero die Anfänger, so viel es der Raum dieses Werkes erlaubet, durch einige algemeine Anleitungen hierin zu unterrichten suchen.

Von der vorläufigen Besichtigung der aufzunehmenden Gegend.

§. 480. Wenn das Land oder die Gegend, so aufgenommen werden sol, so beschaffen wäre, daß man aller Orten eine freie und ungehinterte Aussicht hätte, so würde es sehr leicht sein, die nöhtige Winkel in den vorkommenden Punkten zu beobachten, irgenswo eine Grundlinie zu messen, und dann die Auflösung der Dreiecke nach Belieben vorzunehmen. Allein da meistens

stens die Berge, Wälder, Gebüsche u. d. g. das Aussehen hemmen, und öfters so grosse Hinterniſſe vorkommen, daß man alle Mühe hat, die Reihe der Dreiecke ununterbrochen fortzusetzen, so ist es sehr rahtsam, die Gegend vor der Operation vorläufig zu besichtigen. Man erhält dadurch nicht allein den wichtigen Vorteil, daß man beiläufig schon voraus siehet, wie man das Netz der Dreiecken einrichten könne, um sich nicht mehr Arbeit zu machen als nöhtig ist, sondern man wird auch durch das sich vorläufig gemachte Bild von der vorhabenden Arbeit gleichsam dazu vorbereitet.

In dieser Absicht besteiget man bei der Besichtigung der Gegend erhabene Oerter, um daselbst einen guten Teil übersehen zu können; man suchet sich die Hauptstände aus, man siehet die etwan sich zeigende Hinterniſſe zum voraus ein, und denket nach, wie ihnen auszuweichen sei, damit die Reihe der Dreiecke nicht unterbrochen werde. Man wählet die geschickteste Gegend zur Ausmessung einer zu der Grösse der Dreiecke verhältnismässigen Grundlinie, und suchet den Weg aus, den man von einem Standpunkte zum andern wird nehmen können. Ist die aufzunehmende Gegend sehr gros und weitschichtig, und man mus daher um Zeit zu gewinnen, von verschiedenen Personen mit mehrern Instrumenten zugleich arbeiten lassen, so komt man bei der Besichtigung überein, welchen Teil ein ieder auf sich zu nehmen habe, und bestimmet die Gränzpunkte, worin sie zusammenstossen sollen, um die Dreiecke richtig miteinander zu verbinden, nichts auszulassen, und keine Arbeit zu verrichten, die bereits durch einen andern geschehen ist. Uebrigens befleissen sich alle abgesonderte Parteien eine durchaus gleichförmige Operationsart anzunehmen, weil sie so wohl zu ihrer

eigenen Verständlichkeit untereinander, als auch zur Richtigkeit vieles beiträgt.

Kan man bei der Besichtigung etwan eine alte Karte oder Grundris, so unvolkommen er auch sein mag, von der aufzunehmenden Gegend bekommen, so erhält wenigstens das Gedächtnis den Vorteil, daß man sich in der Benennung und ungefähren Lage der Oerter nicht so leicht irret, und die bei der Besichtigung gemachte Anmerkungen, und Einwürfe in bessere Ordnung bringen könne. Uebrigens wird die Erfahrung selbst dieienige, so die Besichtigung der aufzunehmenden Gegend freiwillig unterlassen, oder durch andere Umstände davon abgehalten werden, lehren, daß sie sich manche unnöhtige Arbeit hätten ersparen, und ihre ganze Operation mit weit weniger Weitläuftigkeit, und mehrerer Ordnung verrichten können, wenn sie zum voraus besser unterrichtet gewesen wären.

Von Ausmessung der Grundlinie.

§. 481. Wiewohl die Ausmessung der Grundlinie bei der trigonometrischen Aufnehmung einer Gegend eben nicht nohtwendig die erste Arbeit sein darf, sondern wann und wo es immer der Boden zuläst, unternommen werden kan, so ist es doch aus der Ursache sehr vorteilhaft, solche wo nicht gleich anfangs der Operation, doch bald darnach zu messen, weil man dadurch nicht allein die bereits aufgenommene Dreiecke nach und nach auf das Papier tragen, sondern auch, wenn man ohnehin wegen übler Witterung öfters einige Tage stil zu liegen genöhtiget ist, ihre Berechnung selbst unterdessen vornehmen kan, damit sich dieselbe am Ende der Arbeit nicht zu sehr häuffe; oder, wenn dieienige, so zur nachfolgenden Aufnehmung der Situation mit

dem

dem Mestischel bestimmet sind, ihre Arbeit zugleich anfangen sollen, damit man ihnen die Hauptpunkte sogleich in dem angenommenen Maasse auf ihre Mestische tragen könne. Ueberhaupt aber hat man bei der Auswahl der Gegend zu einer Grundlinie, und bei ihrer Ausmessung selbst folgendes zu beobachten:

1. Mus die Gegend soviel möglich eben sein, damit die Ausmessung um so richtiger, und mit der wenigsten Beschwerlichkeit geschehen möge.

2. Mus die Linie eine solche Lage haben, daß sie mit der Reihe der Dreiecke unmittelbar verbunden werden könne, d. i. selbst eine Seite derselben ausmache.

3. Mus sie soviel möglich, eine nach der Grösse der Dreiecke proportionirte Länge haben; weil sonsten ausserdeme, daß die an ihr gemessenen Winkel zu spitzig werden, sich auch noch die an ihr etwan begangene Messungsfehler in den folgenden grössern Seiten um so mehr vergrössern, ie mehr sie die Grundlinie an Länge übertreffen.

4. Weil sich die bei der Ausmessung der Grundlinie begangenen Fehler nohtwendig allen übrigen Dreiecken mitteilen, so ist sie mit allem Fleisse und Aufmerksamkeit nach der im Anfange der Geometrie §. 40. gegebenen Anleitung mit guten und wohl berichtigten Messtangen vorzunehmen, und zu noch mehrerer Sicherheit noch einmal zu wiederholen.

5. Wenn sich die aufnehmende Gegend sehr weit über die Grundlinie erstrecken solte, so ist es sehr dienlich, irgenswo eine zwote zu messen, um zu sehen, in wie weit die Berechnung mit der Ausmaas derselben übereinstimme.

Von dem Verhalten währender Operation überhaupt, und insbesondere von der Beobachtung der Winkel.

§. 482. Nachdem man sich bei der Besichtigung der Gegend entschlossen hat, welchen Weg man bei der Operation selbst beiläuftig nehmen wolle, so begiebt man sich mit seinem Instrumente in den nächsten Standpunkt, und befleissiget sich in demselben so wohl als in allen übrigen folgendes wohl in acht zu nehmen.

1. Man erwählet die Standpunkte an solchen Orten, in welchen man so viele Winkel erhalten kan, als zur Auflösung der ganzen Reihe von Dreiecken nöhtig sind. Zuwenig Standörter machen die Auflösung der Dreiecke unmöglich, und zuviele verschaffen zwar die Sicherheit, daß man die Auflösung gewis und auf verschiedene Art vornehmen könne, sie vermehren aber die Arbeit um sehr vieles, und man verlieret dabei viele Zeit.

2. Man mus sich in iedem Stande mit dem Instrumente so nahe als thunlich an den Punkt stellen, auf den man im folgenden wieder zurück zielen mus, oder der eigentlich der wahre Punkt des Dreieckes ist, damit man die Reduktion der Winkel auf demselben genauer machen möge.

3. Zu leichterer Entdeckung eines Fehlers, und zu mehrerer Sicherheit beobachtet die Winkel in iedem Stande in der ganzen Runde herum; machet nun ihre Summe 360° aus, oder fehlet nur sehr wenig davon, so ist es ein Zeichen, daß kein beträchtlicher Fehler dabei vorgegangen. Solte es hiezu an Gegenständen, die

zur

zur Aufnehmung selbst gehören, fehlen, so kan man sich wilkührlich angenommener bedienen, ob sie schon in der Folge in der Reihe der Dreiecke nicht erscheinen. Gehet aber diese Beobachtung in die ganze Ründe wegen Hinternissen nicht an, so befleissiget man sich wenigstens, dieienige Winkel, die man haben kan, mehr als einmal zu beobachten, indem man zwischen ieder Beobachtung das Instrument verrücket, und wieder von neuen herstellet, ohne iedoch den Fus selbst von seiner Stelle zu bewegen.

4. Haben die Fernröhre des Instruments keine vertikale Bewegung, so hat man in iedem Stande nebst andern auch noch die Höhen-oder Tieffenwinkel zu beobachten, um die Reduktion auf dem Horizont machen zu können.

5. Wird erstlich der Standort, dann die in demselben zwischen den Gegenständen beobachtete Winkel, wie sie in der Ordnung aufeinander folgen, nicht minder die gegen den wahren Punkt gemessenen Perpendikularen in ein eigenes Handbuch fleissig eingetragen, wobei man sich sonderlich in acht zu nehmen hat, daß man sich in der Benennung der Oerter, oder Bezeichnung der Obiekten nicht irre; aus welcher Ursache es sehr dienlich ist, iemanden bei sich zu haben, dem das Land oder die Gegend wohl bekant sei, und der die Lage und Benennung der Oerter wisse; ia auch auf dessen Aussage mus man öfters mistrauisch sein, und sich erstlich nach der Hand die Wahrheit bekräftigen lassen. Da man ferner bei der Reduktion der Winkel auf den wahren Punkt nebst den Perpendikularen von demselben auf die Visierlinien, auch seine Stellung in Ansehung des Instruments nöhtig hat, so mus man auch noch anzumerken nicht vergessen, ob der wahre Punkt rechts

oder links, vor oder rückwärts des Instruments liege. Wil man endlich auf einigen Standörtern noch andere Anmerkungen hinzufügen, so wird man seinem Gedächtnisse um so mehr zu Hülfe kommen.

6. Um eine ununterbrochene Reihe von Dreiecken zu erhalten, ist man sonderlich in unbewohntern Gegenden öfters genöhtiget, Standörter oder andere Punkte anzunehmen, an denen kein von weiten wohl zu entscheidendes Zeichen, so für den Punkt dienen könte, vorhanden ist. In solchen Fällen ist man daher gezwungen, dergleichen eigens errichten zu lassen, welches nicht selten mit vieler Beschwerlichkeit und vieler Verzögerung verknüpfet ist. Ueberhaupt richtet man sich mit der Grösse dieser Zeichen nach den kürzern oder längern Entfernungen, worin man darauf zu visieren hat, wählet aber allezeit solche, die sich in der Ferne leicht unterscheiden, und durch das Fernrohr des Instruments scharf abschneiden lassen. In kleinern Entfernungen sind die gewöhnliche Mesfahnen hinreichend; in grössern aber mus man sich hoher Masten bedienen; und in sehr grossen ist man öfters genöhtiget, ganze Pyramiden von abgeschälten Bäumen mit vieler Mühe und Kosten errichten zu lassen. Um aber diese Zeichen in der Ferne deutlich sehen zu können, so komt es viel auf ihre Farbe und Stellung an; und zwar siehet man sie in der Luft, oder über den Horizont erhoben, so ist die schwarze Farbe die vorzüglichste; zeiget sich aber hinter demselben ein Wald, oder ein anderer dunkler Gegenstand, so läst sich die weisse Farbe am besten unterscheiden. Solte es an einem Orte gänzlich an Materialien fehlen, ein taugliches Zeichen zu errichten, so läst man bei der Nacht zu einer verabredeten Zeit daselbst ein Feuer anzünden; oder man könte sich wohl auch eines

klei-

kleinen helbrennenden Feuerballens dazu bedienen, und sich in dieser Absicht allezeit mit einigen versehen.

7. Die Zeit und Witterung hat auf die richtige Winkelsbeobachtungen, da sie die Gegenstände mehr oder weniger deutlich sehen lässet, nicht selten einen beträchtlichen Einflus. Ob man nun gleich sich dieselbe nicht allemal nach Wunsche wählen kan, so ist doch denen daherrührenden Ungelegenheiten öfters sehr leicht auszuweichen. Z. B. wenn man in der Frühe bald nach Sonnenaufgang nach gegen Morgen liegende Obiekte zielen wil, so wird man sie, sonderlich wenn sie beträchtlich weit, sehr undeutlich sehen; im Gegenteil aber wird man alle gegen Abend liegende Gegenstände niemals heller als um eben die Zeit erblicken, und umgekehrt verhält es sich bei Sonnenuntergang. Hat man also einen Stand auf einem hohen und schwer zu ersteigenden Berge zu nehmen, so ist zum voraus zu erwägen, gegen welche Seite die meiste Winkel beobachtet werden müssen, damit man sich in der Zeit darnach richten möge, und nicht dem Verdrusse ausgesezt sei, die beschwerliche Reise dahin, wegen der das erstemal angetroffenen schlechten Aussicht nochmals zu unternehmen. Ferner, wenn man sonderlich auf grossen Ebenen und um Mittagszeit, da es sehr warm ist, durch das Fernrohr siehet, so werden sich die Gegenstände sehr unförmlich zeigen, und zu zittern scheinen, und dieses um so mehr, ie mehr das Fernrohr vergrössert; welches einer richtigen Winkelsbeobachtung nicht wenig entgegen ist. Niemals aber wird man auch die entfernteste Gegenstände deutlicher sehen können, als wenn sich das Wetter nach einem Regen wieder aufkläret, und die Luft sich von Dünsten gereiniget hat; ia selbst unter einem mässigen Regen entscheidet man entfernte Sachen

chen oft besser, als bei dem hellesten Sonnenscheine, da die Luft mit Dünsten angefüllet ist. Endlich, wenn man genöhtiget ist, bei der Nacht gegen ein angezündetes Feuer zu visieren, so ist erfoderlich, daß man ein Licht dergestalt an der Seite des Obiektivglases halten lasse, daß nur die halbe Lichte in das Fernrohr scheinen könne, und die Kreuzfäden genugsam beleuchtet werden.

Von Berechnung der Dreiecke.

§. 483. Wenn man die Berechnung der Dreiecke vornimt, so wird vorausgesezt, daß man an der ganzen Reihe derselben, nebst der Grundlinie auch so viele Winkel durch die Beobachtung bekant habe, als zur Auflösung derselben erfoderlich sind; hat man aber noch mehrere beobachten können, so werden sie nicht allein die Auflösung erleichtern, sondern auch zur Bekräftigung der Richtigkeit dienen, da man alsdann die Auflösung auf mehrerlei Art versuchen kan. Vor allem hat man sich hiebei eine gewisse Ordnung anzugewöhnen, damit man, so sich irgenswo ein Rechnungsfehler zeigen solte, um so leichter finden könne, wo er am ersten entstanden ist, und nicht iedesmal genöhtiget sei, wieder von vorne anzufangen. Man kan aber die Auflösung der Dreiecke in folgender Ordnung vornehmen.

1. Verbessert die in das Handbuch eingeschriebene Winkel von den Teilungsfehlern des Instruments nach §. 446. oder, wenn ein Mikrometer an demselben angebracht ist, so verwandelt die angemerkte Mikrometerteile in ihre Minuten und Sekunden nach §. 446. N. 4.

2. Reduciret die ausser dem wahren Punkte beobachtete Winkel nach §. 477. D. i. berechnet die Dreiecke

ecke mit den Winkeln, wie ihr sie beobachtet habet, um indessen die falsche Seiten zu bekommen; mit diesen, und mit den von dem wahren Punkte gemessenen Perpendikularen suchet die spizigen Winkel, und addiret oder subtrahiret sie von den beobachteten, um die wahre Winkel zu erhalten.

3. Wenn keine Höhen- oder Tieffenwinkel vorhanden, oder, wenn ihr die Winkel mit horizontal gestelten Instrumente habet beobachten können, so berechnet nun die wahre Seiten mit den reducirten oder wahren Winkeln, nach den oben gegebenen einzelnen Auflösungsfällen.

4. Habet ihr aber auch Höhen- oder Tieffenwinkel, oder mit dem Horizont schief liegende Dreiecke beobachten müssen, so reduciret sie auf dem Horizont nach §. 476.

5. Sol die ganze aufgenommene Fläche auf einen gewissen Horizont, oder auf die Oberfläche des Meeres gebracht werden, so verfahret ebenfals nach §. 476.

Diese Berechnungen kan man entweder eine nach der andern durch die ganze Reihe von Dreiecken vornehmen, oder gleich von iedem Dreiecke insbesondere, und iedes zuvor vollständig ausrechnen, ehe man ein anderes vor die Hand nimt.

6. Nachdem also alle horizontale Seiten gefunden worden, so formiret mit demselben nach dem angenommenen Maasstabe die Dreiecke auf dem zur Karten bestimten Papier, indem ihr mit einem guten Stangenzirkel Durchschnitte machet.

Ueberhaupt ist es sonderlich bei weitschichtigen Operationen sehr zuträglich, daß man die Berechnung der gesamten Dreiecke nicht ganz auf die lezt verspare, weil man leicht etwas vergessen, und darüber in Verwirrung gerathen kan.

Beispiel von der trigonometrischen Aufnehmung der Tab. VI. Fig. 50. vorgestellten Gegend.

§. 484. Man nehme an, daß man bei der Besichtigung dieser Gegend wahrgenommen, daß sie durch ein hohes Gebürge, worauf man die Standpunkte nicht ohne grosse Beschwerlichkeit nehmen kan, gleichsam in zween Teile geteilet werde; daß man auf den vier Hauptbergen, Hohenstein, Schneeberg, Oberkogel und Felsenberg Zeichen müsse errichten lassen, um sie von den diesseits und ienseits zunehmenden Ständen durchschneiden, und die Dreiecke miteinander verbinden zu können; daß die Grundlinie am bequemsten zwischen Neuschlos und Jagdhaus zu messen sei; daß man den Anfang der Operation zu Margarethen mache, weil man eben daselbst die Besichtigung geendiget hat, und zu den ausersehenen Ständen in eben der Ordnung nacheinander komme, wie sie in der Figur numeriret sind; daß man endlich in denselben nur iene Winkel beobachten könne, die in der Figur mit einem kleinen Bogen bemerkt, und gerade hinreichend sind, die Auflösung der Dreiecken vornehmen zu können.

Wir werden uns in der Folge Kürze halber nur der Anfangsbuchstaben der Benennungen der verschiedenen Punkte bedienen, obwohl dieses in der wirklichen Ausübung wegen der öfters vorkommenden Gleichheit derselben nicht wohl angehet.

Ob man schon währender Operation noch keine Grundlinie bekant hat, weil wir angenommen haben, daß solche erst am Ende derselben zwischen N und I gemessen werden könne, so läst sich doch die Figur der

Dreiecke indessen folgendergestalt beiläufig auf dem Papier entwerfen.

Um die in den ersten drei Ständen M, K und H durchschnittene Punkte D, S, O aufzutragen, so nehmet die Seite MK indessen wilkührlich an; traget die beobachteten Winkel DMK, DKM, OMK und OKM an derselben gehörig auf, so bekomt ihr durch ihre Durchschnitte die Punkte D und O. Da ihr ferner in dem Dreiecke DKH alle drei Winkel kennet, so traget die zween, so an DK zu liegen kommen, daselbst auf, so wird ihr Durchschnit den Punkt H geben; und traget ihr die zween Winkel SHK und SKH auf HK, so ist auch der Punkt S bestimmet.

Da man in den folgenden zween Ständen A und G nicht von einem zum andern sehen, und folglich die Winkel SAG und OAG, nebst einigen andern wegen Hinternis nicht beobachten kan, so läst sich auch die Figur nicht eher weiter auftragen, bis man nicht auf die zween Stände L und N gekommen ist, und daselbst die nöhtigen Winkel beobachtet hat; alsdann aber nehmet die Linie LN abermals wilkührlich auf dem Papiere an, traget die Winkel in der Ordnung, wie sie beobachtet worden, darauf, so geben euch die Durchschnitte die Punkte F, C, R und P.

Weil ferner erstlich in G, und dann in A zween Winkel gegen die Punkte F, C, R beobachtet worden, so könnet ihr die Lage so wohl von G als von A durch die §. 474. im 3ten Falle gegebene geometrische Auflösung bestimmen.

Traget nunmehro die Winkel FAO, OAS, OAW, FGO, OGS und OGW nach der Ordnung auf, so erhaltet ihr die Punkte W, S und O, wovon die zween leztere bereits in der zuerst entworfenen Figur bestim-

stimmet worden; da sich aber OS in der ersten Figur mit OS in der zweiten nicht verbinden wird, weil LN neuerdings wilkührlich angenommen worden, so zeichnet aus der ersten Figur die Winkel KOS und KSO auf OS in der zweiten, um darin den Punkt K zu bekommen. Nun wird es leicht sein, auch die übrige Dreiecke der ersten Figur an die zwote zu schliessen, und den beiläufigen Entwurf der ganzen Reihe von Dreiecken zu vollenden.

Ist man mit der Beobachtung der Winkel zu Ende gekommen, und hat die Grundlinie IN gehörig ausgemessen, so kan man nun die Auflösung der Dreiecke selbst vornehmen.

Weil wir aber annehmen (wie es auch in der Ausübung meistens zu geschehen pflegt) daß die Winkel in den meisten Ständen ausser dem wahren Punkte haben beobachtet werden müssen, so ist erfoderlich, solche zuvor nach §. 477. zu reduciren, oder die wahren Winkel zu finden.

Da nun hierzu die falsche Seiten bekant sein müssen, und diese nicht anders, als durch die beobachtete Winkel, und eben so, wie die wahre Seiten durch die wahren Winkel gefunden werden, so wollen wir nunmehro den Weg anzeigen, wie die gesamte Dreiecke im gegenwärtigen Falle eines nach dem andern aufzulösen.

1. Da man in dem Dreiecke INB die Seite IN als Grundlinie samt den drei Winkeln kennet, so findet man beide Seiten IB und NB nach §. 437.

2. In der Figur INFE ist die Seite IN bekant, desgleichen sind an derselben die vier Winkel EIF, FIN, FNE und ENI beobachtet worden, also erhält man die Seiten EI, EN, EF, FI und FN nach §. 470. im ersten Falle.

3.

3. In der Figur FNLRC ist FN aus der vorigen Auflösung bekant, und alle Winkel an N und L sind beobachtet worden, folglich lassen sich alle übrige Seiten und Winkel nach §. 470. in dem ersten und zweiten Falle berechnen.

4. In dem Dreiecke NLP sind nebst der Linie NL die zween daran liegende Winkel bekant, derowegen findet man NP und LP nach §. 437.

5. In dem Dreiecke NBP sind die zwo Seiten NB und NP aus den vorhergehenden Auflösungen bekant, und der dazwischen begriffene Winkel BNP ist beobachtet worden, also wird die Seite BP nach §. 440. gefunden.

6. Da man nun das Dreieck FCR so wohl nach den Seiten als Winkeln kennet, und gegen die Spitzen desselben, so wohl aus dem Stande A als G aus ieden zween Winkel, nehmlich aus dem ersten FAC und CAR, und aus dem andern FGC und CGR beobachtet worden, so lassen sich erstlich die Seiten AF, AC, AR, dann GF, GC, GR und auch die Winkel ACF und GCR nach §. 474. in dem dritten Falle finden; ziehet man nun die Winkel FCR, ACF, GCR von 360° ab, so bleibt der Winkel ACG übrig.

7. Da man nun in dem Dreiecke ACG die zwo Seiten AC und GC, samt den dazwischen begriffenen Winkel kennet, so erhält man die Seite AG nebst den Winkeln CAG und AGC nach §. 440. Ferner ist 360° — CAG — CAF — FAO — OAW = WAG und CGO — AGC = AGO.

8. Weil man in der Figur AGWSO die Seite AG nebst allen Winkeln die von ihren Spitzen A und G nach O, S und W beobachtet worden, kennet, so

werden alle übrige Seiten und Winkel an derselben nach §. 470. in dem ersten Falle zu berechnen sein.

9. Betrachtet man, daß in der Figur OSHDMK in den drei Ständen M, K und H die Winkel beobachtet, und die Seite OS aus der vorigen Berechnung bekant geworden, so folget, daß sich alle übrige Seiten und Winkel derselben nach §. 473. finden lassen.

10. In dem Dreiecke AOF sind die Seiten AO und AF samt den dazwischen begriffenen Winkeln bekant, also läst sich die Seite FO nebst den andern zween Winkeln nach §. 440. berechnen.

11. Ziehet man nun alle an dem Punkte O bekant gewordene Winkel von 360° ab, so verbleibt der Winkel MOF, und da man in dem Dreiecke MOF, die zwo Seiten MO und OF samt den Winkel MOF kennet, so erhält man die Seite MF samt den Winkel MFO nach §. 440.

12. Ziehet man nun alle an dem Punkte F bekante Winkel von 360° ab, so verbleibt der Winkel MFE übrig, und weil in dem Dreiecke MFE die zwo Seiten MF und FE auch bekant sind, so wird sich auch ME nach §. 440. berechnen lassen. Eben so hat man mit dem Dreiecke HSW zu verfahren, um HW zu bekommen.

Nachdem man solchergestalten die sogenante falsche Seiten mit den beobachteten Winkeln durch die ganze Reihe der Dreiecke gefunden, so werden an allen Orten, wo man Perpendikularen von den Schenkeln gegen dem wahren Punkt gemessen hat, die rechtwinkelichte Dreiecke, deren rechter Winkel allezeit aus der falschen Seite, und der gemessenen Perpendikular bestehet, wie aus Fig. 45. und 46. zu ersehen ist, ausgerechnet,

oder die spizige Winkel CAP und PBC Fig. 45. gesuchet; diese aber nach Erfodernis des §. 477. von den beobachteten Winkeln entweder abgezogen, oder addiret, um endlich die wahren Winkel, oder wie sie in den wahren Standpunkten selbst gemessen worden wären, zu erhalten.

Nachdem man ferner die wahren Winkel ordentlich zusammen geschrieben, so wird die Auflösung der gesamten Dreiecke mit ihnen eben so, wie zuvor mit den beobachteten geschehen, vorgenommen, und endlich die ganze Figur nach den wahren Seiten berechnet.

Ist die Beobachtung der Winkel mit einem Instrumente, dessen Fernröhre eine vertikale Bewegung machen können, geschehen; so hat man nicht nöhtig, die Dreiecke auf den Horizont zu reduciren; im entgegengesezten Falle aber würde man alle Dreiecke durch die beobachtete Höhen- und Tieffenwinkel nach der §. 476. gegebenen Anleitung auf den Horizont bringen müssen, damit alle in einerlei Fläche zu liegen kommen.

Ob man nun zwar im Stande ist, die Dreiecke eines nach dem andern nach einem verlangten Maasstabe vermittelst der Durchschnitte mit ihren Seiten auf das Papier zu tragen, so wird sich doch diese Arbeit so viele Mühe man sich auch dabei geben mag, niemals so genau verrichten lassen, daß nicht die zulezt aufgetragenen Punkte in Ansehung der erstern beträchtlich aus ihrer wahren Lage kommen solten; weil ein ieder in der Auftragung begangene Fehler, so klein er auch ist, sich den übrigen Dreiecken mitteilet, und endlich beträchtlich wird. Da man über dieses von einer wohl eingerichteten Karte, oder einem Grundrisse einer grossen Gegend mit Recht verlangen kan, daß sie richtig orientiret sei, oder ihre Lage in Ansehung der vier Haupt-

gegenden der Welt sicher bemerket werde; dieses aber weder durch die Magnetnadel, wenn sie auch die beste wäre, noch auch durch eine blosse beiläuffige Findung der Mittagslinie iemals richtig genug geschehen kan, so wollen wir in folgenden eine kurze Anweisung geben, wie erstlich der Winkel, den der nach einem beliebigen Orte gezogene Visierstrahl mit der Mittagslinie machet, zu finden, und dann, wie die perpendikulare Abstände der Punkte so wohl auf der Mittagslinie gegen Norden oder Süden, als von derselben gegen Osten oder Westen zu berechnen, und mit weit mehr Genauigkeit zu Papier zu bringen sind, als nach der obgedachten Art geschehen kan.

Ob zwar diese Operation schon einige Gründe von der mathematischen Kentnis unsers Weltgebäudes voraussetzet, wovon wir in unsern Lehrbuche nicht handeln können, so werden wir uns doch so viel möglich befleissigen, den Anfängern hierin verständlich zu werden, um so mehr als diese Operation bei der trigonometrischen Aufnehmung einer Provinz oder grossen Gegend nicht füglich zu entbehren ist.

Einige nohtwendige Erklärungen der Himmelskugel.

Fig. 48.

§. 485. Die Achse des Weltgebäudes, das man sich als eine Kugel vorstellet, ist derienige Durchmesser desselben, um welchen sich dieses Weltgebäude täglich herumzudrehen scheinet. Die beide äussersten Punkte P und R dieser Achse, welche demnach als unbeweglich angesehen werden, heissen die Pole (Poli). Insbesondere heisset der eine P der Nordpol (Polus borealis, vel arcticus) und ist derienige, so auf unserer Halbku-

gel

gel sichtbar ist, und der andere entgegengesezte R der Südpol (Polus australis, vel antarcticus).

Wenn durch einen Ort auf der Erde ein Durchmesser bis an die Oberfläche der Himmelskugel gezogen wird, so heist der obere Punkt Z der Zenith, der untere aber A der Nadir desselben. Es hat dahero ieder Ort auf der Oberfläche der Erde seinen eigenen Zenith, und Nadir.

Der Aequator EOQW ist einer der grösten Zirkel des Weltgebäudes, der von iedem Pole überal gleich weit abstehet. Derohalben ist der Aequator allenthalben 90° von den Polen entfernet, und teilet das Weltgebäude in die nordliche und südliche Halbkugel.

Der Horizont NOSW eines Ortes ist ebenfals einer der grösten Zirkel des Weltgebäudes, der von dem Zenith oder Nadir desselben auf allen Seiten gleich weit d. i. 90° abstehet.

Da also ieder Ort seinen besondern Zenith und Nadir hat, so mus auch ieder einen andern Horizont haben; der Ort aber, der unter einem der beiden Pole lieget, hat den Aequator zum Horizonte.

Der Mittagskreis (Meridianus) NZSA eines Ortes ist nicht minder einer der grösten Zirkel der Himmelskugel, den man sich durch beide Pole, und durch den Zenith und Nadir dieses Orts gezogen zu sein vorstellet. Da nun der Mittagskreis durch den Zenith und Nadir eines Ortes gehet, so stehet seine Fläche auf der Fläche seines Horizontes senkrecht, und teilet denselben in zween gleiche Teile. Es wird demnach die Linie NS, so in der Fläche des Mittagskreises eines Ortes lieget, die Mittagslinie desselben genennet.

Die vier Hauptweltgegenden sind erstlich Aufgang und Niedergang oder Osten und Westen, dann

Mittag und **Mitternacht** oder Süden und Norden. Die ersteren zwo sind iene Teile des Horizontes, die der Mittagslinie rechts und links liegen, und wo die Sonne und Sterne auf und nieder zu gehen scheinen; die andere zwo aber, so von der Mittagslinie auf dem Horizonte abgeschnitten worden.

Insbesondere heissen die Durchschnitspunkte O und W des Aequators am Horizonte der **wahre Auf- und Niedergang**, und die Durchschnitspunkte N und S des Mittagskreises an eben demselben der **wahre Mittag und Mitternacht.**

Da der Mittagskreis so wohl als der Aequator gröste Zirkel sind, und folglich durch den Mittelpunkt der Himmelskugel gehen, und dabei senkrecht aufeinander stehen, so müssen auch die durch sie entstehende Durchschnitslinien NS und OW perpendikular aufeinander sein; daher wird der Horizont durch diese vier Hauptpunkte in vier gleiche Teile geteilet, und ein ieder derselben stehet von dem nächsten 90° ab. Wenn also einer von den vieren durch was immer für einen Weg bekant ist, so finden sich auch die übrigen drei.

Fig. 48. Ein **Vertikalzirkel** ist ein gröster Zirkel, der durch den Zenith und Nadir umschrieben ist, wie ZHAF oder ZTAU. Ein ieder Vertikalzirkel stehet also perpendikular auf dem Horizonte, und es können durch den Zenith und Nadir eines Orts so viele Vertikalzirkel gezogen werden, als Punkte am Horizonte sind.

Der Mittagskreis eines Ortes ist also auch als ein Vertikalzirkel anzusehen; er unterscheidet sich aber von allen übrigen darin, daß er zugleich durch die Pole gehet.

Die **Höhe der Sonne** oder eines **Sternes** ist der Bogen HL eines Vertikalzirkels, der zwischen dem

Ho-

Horizonte und der Sonne oder dem Sterne enthalten ist. Insbesondere wird iene die Mittagshöhe derselben genennet, wenn solche auf den Meridian selbst, wie ES genommen wird, und ist die gröste Höhe, die an diesem Tage die Sonne oder ein Stern erreichet.

Aufgabe.

§. 486. Die Höhe der Sonne oder eines Sterns zu messen.

Auflösung: 1. Wenn die Höhe auser der Mittagszeit gemessen werden sol, so stellet den Quadranten vertikal, einen Visierstrahl im scheinbaren Horizonte, und den andern nach der Sonne oder dem Stern, und beobachtet den Winkel zwischen beiden Visierstrahlen.

2. Sollet ihr aber die Mittagshöhe der Sonne messen, so beobachtet den Höhenwinkel etwas vor 12 Uhr, drehet das Instrument so lange nach der Sonne, bis euch dieselbe nicht mehr über den Kreuzfaden eures Fernrohrs steiget, sondern mit demselben gleich fortzulauffen scheinet.

Eben dieses hat man zu thun, wenn man die Höhe eines Sterns, wenn er durch den Meridian gehet, messen will, nur daß dieses eben nicht um 12 Uhr geschieht.

Um die Augen nicht zu verletzen, wenn man die Sonne beobachtet, so wird ein flach geschliffenes Glas, welches grün, roth oder blau gefärbet ist, oder nur mit Rauch überzogen worden, bei dem Einsehen vor das Fernrohr gemacht. Ist aber bei der Nacht ein Stern zu beobachten, so stellet man gegen das Ende des Fernrohrs am Obiektivglase eine Lampe, oder ein anderes Licht dergestalt vor, daß das Fernrohr von innen eben nur so viel erleuchtet wer-

de, als erfoderlich ist, die Kreuzfäden deutlich zu sehen, ohne iedoch das Licht des Sternes zu verdunkeln.

3. Da aber die Strahlenbrechung (Refractio) die Sonne sowohl, als die Sterne etwas höher erscheinen machet, als sie wirklich sind, so mus der Betrag derselben, den wir in nachstehender Tafel für die meiste Höhen hersetzen, iedesmal von dem beobachteten Höhenwinkel abgezogen werden, um den wahren zu erhalten.

Tafel.

Der Strahlenbrechung der in verschiedenen Höhen beobachteten Sonne und Sternen.

Höhenwinkel. Grade.	Strahlenbrechung. ′	″	Höhenwinkel. Grade.	Strahlenbrechung. ′	″	Höhenwinkel. Grade.	Strahlenbrechung. ′	″
Hor. 0	32	20	30	1	42	60	0	34
1	27	56	31	1	38	61	0	33
2	21	4	32	1	34	62	0	31
3	16	6	33	1	30	63	0	30
4	12	48	34	1	27	64	0	28
5	10	32	35	1	23	65	0	27
6	8	55	36	1	20	66	0	26
7	7	44	37	1	18	67	0	25
8	6	47	38	1	15	68	0	24
9	6	4	39	1	12	69	0	22
10	5	28	40	1	10	70	0	21
11	4	58	41	1	7	71	0	20
12	4	32	42	1	5	72	0	19
13	4	12	43	1	3	73	0	18
14	3	54	44	1	1	74	0	17
15	3	38	45	0	59	75	0	16
16	3	24	46	0	58	76	0	14
17	3	11	47	0	56	77	0	13
18	3	0	48	0	54	78	0	12
19	2	49	49	0	52	79	0	11
20	2	39	50	0	50	80	0	10
21	2	31	51	0	49	81	0	9
22	2	25	52	0	47	82	0	8
23	2	18	53	0	45	83	0	7
24	2	12	54	0	43	84	0	6
25	2	6	55	0	41	85	0	5
26	2	0	56	0	40	86	0	4
27	1	55	57	0	38	87	0	3
28	1	51	58	0	37	88	0	2
29	1	46	59	0	35	89	0	1

§. 487. Die Deklination der Sonne ist der Perpendikularabstand DL den sie zu gewissen Zeiten in ihrer Mittagshöhe vom Aequator hat.

Da alle Mittagszirkel auf dem Aequator perpendikular stehen, so wird die Deklination der Sonne durch den Bogen des Meridians gemessen, der zwischen ihr und dem Aequator enthalten ist.

Die Sonne nähert sich dem Aequator, oder entfernet sich von ihm, nach den vier Jahrszeiten bald mehr, bald weniger, und zwar trit sie beiläuffig den 21. März im Aequator, und machet uns die Tag- und Nachtgleiche des Frühlings; dann aber entfernet sie sich immer mehr davon gegen Norden, bis sie endlich beiläuffig den 21. Junius in den Sommerwendezirkel komt, uns alsdenn den längsten Tag verursachet, und damals die gröste nordliche Deklination hat. Von dieser Zeit an gehet sie wieder zurück, komt beiläuffig den 23. September wieder in den Aequator, machet die Tag- und Nachtgleiche des Herbstes, und entfernet sich gegen Süden so lange, bis sie beiläuffig den 22. December in den Winterwendezirkel anlanget, uns den kürzesten Tag verursachet, und damals die gröste südliche Deklination hat. Von dannen nähert sie sich dem Aequator wieder, und auf diese Art setzet sie ihre Bewegung iährlich fort.

Gleichwie wir uns nun von diesen vier Jahrszeiten ohne Unterlas entfernen, oder uns ihnen nähern, eben so mus sich auch die Deklination der Sonne alle Augenblicke ändern, und nach Verschiedenheit der Jahreszeit bald nordlich oder südlich, und bald grösser oder kleiner sein. In den astronomischen Kalendern (Ephemerides) findet man sie für ieden Mittag des Jahrs zur Bequemlichkeit schon berechnet.

Wil man sie aber für eine andere Zeit haben, so nimt man den Unterschied der Deklination von zween Mittagen, zwischen denen die gegebene Zeit ist, und

se-

seßet folgende Proportion: Wie 24 Stunden zu der Anzahl Stunden, so seit dem lezten Mittage bis zur gegebenen Zeit verflossen sind; so verhält sich der Unterschied der Deklination eines Tages zur Deklination in der gesezten Zeit. Addiret man nun solche zur Deklination des lezt verflossenen Mittages, so erhält man die Deklination für die gegebene Zeit.

Z. B. man verlangt die Deklination der Sonne für das 1774ste Jahr den 15. November um 8 Uhr frühe zu wissen; so findet man in dem österreichischen Almanach die Deklination für den 14. November Mittags = 18°, 20′; und für den 15. = 18°, 36′, also ist ihr Unterschied = 16′; und seit dem 14ten Mittags, bis um 8 Uhr frühe den 15ten sind 20 Stunden verflossen, also ist: St. St.

$$24 : 20 = 16' : x,$$

das ist: $\frac{20 \times 16}{24} = 13'\frac{1}{3}$,

folglich 18°, 20′ + 13′⅓ = 18°, 33′⅓ der Deklination für den 15. November um 8 Uhr frühe.

§. 488. Die **Polhöhe** (Elevatio Poli) eines Ortes ist der Bogen PN des Mittagszirkels desselben, der zwischen seinem Horizonte und dem Pole selbst enthalten ist. Jene Oerter also, deren Zenith oder die selbst von Pole gleich weit abstehen, haben auch gleiche Polhöhen; dieienige aber, deren Abstand von Pole verschieden ist, haben auch verschiedene Polhöhen. Da ferner die Polhöhe ein Bogen des Mittagskreises zwischen dem Horizonte und dem Pole selbst ist, und der Zenith aller Orten 90° von dem Horizonte abstehet, so ist der Abstand des Pols vom Zenith allezeit das Complement auf 90°.

Aufgabe.

§. 489. Die Polhöhe eines Ortes zu finden.

Auflösung: 1. Messet die Mittagshöhe der Sonne nach §. 486.

2. Nehmet die Deklination derselben für die Beobachtungszeit §. 487., ziehet sie von der Sonnenhöhe ab, wenn sie nordlich ist; addiret sie aber, wenn sie südlich, so habt ihr die Höhe des Aequators über den Horizont.

3. Weil nun diese das Complement der Polhöhe auf 90° ist, so ziehet sie von 90° ab, so ist der Ueberrest die gesuchte Polhöhe.

§. 490. Das **Azimuth** der Sonne ist der Bogen **NH** des Horizontes, der zwischen dem Mittagskreise **NZ** eines Ortes, und dem Vertikalzirkel **HZ**, den die Sonne eben durchläuft, enthalten ist. Da also die Sonne alle Augenblicke in einem andern Vertikalzirkel trit, so mus sie auch alle Augenblicke einen andern Azimuthalwinkel machen.

Aufgabe.

§. 491. Den Winkel zu finden, den die Mittagslinie eines Ortes mit der von demselben nach einem andern Orte gezogenen Linie machet.

Fig. 49.

Vorbereitung. Es sei NHMZ die hohle Fläche der Himmelskugel; C die Erde, oder vielmehr euer Standort; CO die Richtung der Linie die nach einem andern Orte gezogen ist; **NM** die Mittagslinie; **P** der Nordpol; Z der Zenith eures Orts C; IÆU der Aequator, und **NHMU** der Horizont; so habet ihr nun den Winkel **NCO** oder **OCM** zu finden.

Auf-

Auflösung. 1. Suchet die Polhöhe NP §. 489. und ziehet sie von 90° ab, damit ihr das Complement PZ bekommet.

2. Beobachtet die Sonnenhöhe HS, wenn sie schon beiläuffig 10 oder mehr Grade über den Horizont ist, damit die Refraktion nicht mehr so beträchtlich sei §. 486., und ziehet sie ebenfals von 90° ab, um ihr Complement SZ zu erhalten.

3. Nehmet die Deklination SD der Sonne beiläuffig für die Zeit, da ihr die Höhe beobachtet habet, aus den Ephemeriden §. 487. und ist dieselbe südlich, so addiret sie zu 90°, ist sie aber nordlich wie wir in der Figur annehmen, so ziehet sie von 90° ab, um ihr Complement PS zu bekommen.

4. Betrachtet, daß ihr nun in den sphärischen Dreiecke PZS alle drei Seiten als: die Complemente der Polhöhe, der Sonnenhöhe, und ihrer Deklination als Bögen in Graden und Minuten kennet; derowegen läst sich der Azimuthalwinkel PZS = NCH, den die Vertikalzirkelfläche CHZ, in welcher die Sonnenhöhe beobachtet worden, mit der Fläche des Mittagkreises NZC machet, auf folgende Art finden.

Erstlich ziehet den Bogen ZX perpendikular auf PS, und suchet die auf PS entstehende Segmente SX, und PX nach folgender Formel:

$$\text{Tang.}\frac{SP}{2} : \text{Tang.}\frac{SZ+PZ}{2} = \text{Tang.}\frac{SZ-PZ}{2} : \text{Tang.}\frac{SX-PX}{2},$$

Das ist:

$$\text{Log. Tang.}\ \frac{SZ + PZ}{2} + \text{Log. Tang.}\ \frac{SZ - PZ}{2} - \text{Log. Tang.}\ \frac{SP}{2} = \text{Log. Tang.}\ \frac{SX - PX}{2} =$$

dem halben Unterschiede der Segmenten. Addiret nun diesen gefundenen halben Unterschied zur Hälfte der Seite PS, so bekomt ihr das grössere Segment SX, und wenn ihr ihn davon abziehet, so erhaltet ihr das kleinere PX.

Um ferner in dem rechtwinkelichten Dreiecke PXZ den Winkel PZX zu finden, daß ihr in demselben die Seite PX als das kleinere Segment, und die Hypothenuse PZ als das Complement der Polhöhe kennet, also könnet ihr euch nachstehender Formel bedienen:

Sin. PZ : Sin. tot. = Sin. PX : Sin. PZX.

Das ist:

Log. Sin. tot. + Log. Sin. PX — Log. Sin. PZ = Log. Sin. PZX, und in dem rechtwinkelichten Dreiecke ZSX habt ihr das grössere Segment SX, und die Hypothenuse SZ bekant, also findet ihr den Winkel SZX durch nachstehende Formel:

Sin. ZS : Sin. tot. = Sin. SX : Sin. SZX.

Das ist:

Log. Sin. tot. + Log. Sin. SX — Log. Sin. ZS = Log. Sin. SZX. Addiret ihr endlich beide gefundene Winkel PZX und SZX zusammen, so habt ihr den Azimuthalwinkel PZS = NCH.

5. Um nun auch den Winkel HCO, den die Vertikalfläche ZHC mit dem Orte O machet, zu finden, so lasset den Quadranten, wie ihr mit ihm die Sonnenhöhe beobachtet habet, unverrückt stehen, hänget

in

in einer beliebigen Entfernung (iedoch nicht so nahe, daß euch das Fernrohr den Faden nicht klar genug zeigen könte) einen langen Perpendikel, und etwas weiter davon einen zweiten dergestalt auf, daß sich beide so weit verschieben lassen, bis ihr sie in eurem Fernrohre, womit ihr die Sonne beobachtet habet, erblicket, und sie sich beide mit dem Vertikalkreuzfaden volkommen decken. Alsdann stellet den Quadranten mit seiner Fläche horizontal, beobachtet den Winkel zwischen den aufgehangenen Perpendikeln (die sich abermal decken müssen) und den gegebenen Orte O, so habt ihr auch den Winkel HCO.

Oder: Wenn ihr euch der Perpendikel, wegen etwan vorkommenden Umständen, nicht bedienen könntet, so stellet ein anderes Instrument etwas schräge wenn es keine vertikale Bewegung hat, und so nahe zu ienem, womit ihr die Sonnenhöhe messet als möglich ist, und lasset durch iemanden den schrägen Winkel SCO, nemlich zwischen der Sonne, und dem Ort O genau in eben dem Zeitpunkte beobachten, worin ihr die Sonnenhöhe messet.

Da nun der Bogen HS der Sonnenhöhe, der Bogen SO des schräge beobachteten Winkels, und der Bogen HO des horizontalen Winkels ein sphärisches und in H rechtwinkelichtes Dreieck, wenn der Ort O im Horizont liegt, ausmachen, davon ihr die Seite SH, und die Hypothenuse SO bekant habet, so könnet ihr durch nachfolgende Formel die Seite HO finden, oder den schräge beobachteten Winkel SCO auf den horizontalen HCO reduciren:

Cos. HS : Sin. tot. = Cos. SO : Cos. HO.

Das ist:

Log. Sin. tot. + Log. Cos. SO — Log. Cos. HS = Log. Cos. HO.

Liegt aber der Ort O nicht im Horizonte, sondern ist über denselben erhoben, wie z. B. Y, so beobachtet nebst dem schrägen Winkel SCY auch dessen Höhenwinkel YCO, und ziehet ihn von 90° ab, um dessen Complement ZY auf 90° zu bekommen. Betrachtet nun, daß ihr in dem sphärischen Dreiecke ZSY das Complement der Sonnenhöhe ZS, das Complement der Höhe des Ortes ZY, und dessen schräge gemessenen Bogen SY des Dreiecks SCY als die drei Seiten desselben kennet, derowegen könt ihr auch den Winkel SZY = HCO nach den N. 4. gegebenen Formeln berechnen. Auf eine ähnliche Art hättet ihr zu verfahren, wenn der Ort O unter dem Horizont läge; übrigens verstehet sich von selbsten, daß man diese leztere Berechnung nicht zu machen hat, wenn das bewegliche Fernrohr des Instruments eine vertikale Bewegung hat, und folglich der Winkel SCY in horizontaler Stellung desselben, oder vielmehr der Winkel HCO selbst beobachtet werden kan.

6. Liegt nun der Ort O innerhalb des Azimuthalwinkels, so ziehet den gleich gefundenen Winkel HCO davon ab, befindet sich aber O ausser demselben, wie wir in der Figur annehmen, so addiret HCO zu NCH, um endlich den verlangten Winkel NCO, den die Mittagslinie NC mit der nach dem Orte O gezogenen Linie CO gegen Norden machet, zu erhalten, und folglich ist 180° — NCO = OCM dem Winkel gegen Süden.

Beispiel: Man habe in einem Orte C die Polhöhe NP = 48°, 12′. Die Sonnenhöhe im Jahr 1774. den 5. May frühe beiläuffig um $6\frac{1}{2}$ Uhr nach abgezogener Strahlenbrechung = 17°, 0′, 7″ beobachtet, und die nordliche Deklination der Sonne für

eben

eben diese Zeit aus den Ephemeriden = 16°, 16′ gefunden; so ist:

das Compl. { PZ der Polhöhe = 41°, 48′, 0″,
SZ der Sonnenhöhe = 72, 59, 53,
PS der Deklination = 73, 44, 0.

Um also erstlich die beide Segmente SX und PX zu finden, so setzet nach obiger Formel:

SZ = 72°, 59′, 53″,
PZ = 41, 48, 0,

SZ + PZ = 114, 47, 53.

Folglich ist: $\frac{114°, 47′, 53″}{2} = 57°, 23′, 56″$

$= \frac{SZ + PZ}{2}$, und

SZ = 72°, 59′, 53″,
PZ = 41, 48, 0,

SZ — PZ = 31, 11, 53.

Dahero ist $\frac{31°, 11′, 53″}{2}$, = 15°, 35′, 56″ =

$\frac{SZ - PZ}{2}$,

und $\frac{PS}{2} = 36°, 52′, 0″.$

Dann ist:

Log. Tang. $\frac{SZ+PZ}{2}$ = 10194 1227

Log. Tang. $\frac{SZ-PZ}{2}$ = 94458906

196400133

196400133

Log. Tang. $\frac{PS}{2}$ = 98750102

Lo. Tang. $\frac{SX - PX}{2}$ = 97650031 = 30°, 12′, 14″,

und also $\frac{PS}{2}$ = 36°, 52′, 0″,

$\frac{SX - PX}{2}$ = 30°, 12′, 14″,

Summa = 67, 4, 14 = SX Segment

Nicht minder $\frac{PS}{2}$ = 36°, 52′, 0″,

$\frac{SX - PX}{2}$ = 30°, 12′, 14″.

Differenz = 6, 39, 46 = PX Segment.

Um nun in dem rechtwinkelichten Dreiecke PZX den Winkel PZX zu finden, so seßet nach der gegebenen Formel:

Log. Sin. tot. = 100000000

Log. Sin. PX = 90645531

190645531

Log. Sin. PZ = 98238213

Log. Sin. PZX = 92407318 = 10°, 1′, 29″.

Und um in dem rechtwinkelichten Dreiecke ZSX den Winkel SZX zu erhalten:

Log. Sin. tot. = 100000000

Log. Sin. SX = 99642437

199642437

Log. Sin. ZS = 99805918

Log. Sin. SZX = 99836519 = 74°, 22′, 39″.

Nun

Nun ist PZX = 10°, 1′, 29″,
SZX = 74, 22, 39,

PZX + SZX = PZS = 84, 24, 8 dem Azimuthalwinkel oder NCH.

Es sei nun, daß der Winkel HCO = 61°, 15′ gemessen worden, so ist

NCH = 84°, 24′, 8″,
HCO = 61, 15, 0,

NCO = 145, 39, 8,

oder dem Winkel den die Mittagslinie NC mit dem Orte O gegen Norden machet, und

180°, 0′, 0″,
NCO = 145, 39, 8.

OCM = 34, 20, 52,

oder dem Winkel den die Mittagslinie mit O gegen Süden machet.

Aufgabe.

§. 492. Die Abstände der aufgenommenen Punkte so wohl auf der an einem Orte gefundenen Mittagslinie gegen Norden oder Süden, als auch perpendikular von derselben gegen Osten oder Westen zu berechnen.

Auflösung: 1. Suchet die Winkel, so die verschiedene Seiten der Dreiecke mit der Mittagslinie selbst, oder mit einer Parallele zu ihr machen, entweder durch die Addition, oder Subtraktion der anliegenden Winkeln.

2. Berechnet in den entstehenden rechtwinkelichten Dreiecken durch den bekant ge-

wordenen Winkel und der Hypothenuse die zwo Seiten die den rechten Winkel einschliessen nach §. 435.

3. Addiret oder subtrahiret sie zu oder von den bereits gefundenen Abständen auf oder von der Mittagslinie.

Fig. 50. **Beispiel.** Wir wollen annehmen, daß der Winkel zwischen Rothenburg und der Mittagslinie von Neuschlos nach §. 491. gefunden worden, und bilden uns ein, es sei von iedem Punkte eine Perpendikular auf diese Mittagslinie gezogen, und in Fig. 51. entworfen.

Fig. 51. 1. Da nun in dem rechtwinkelichten Dreiecke NRf der Winkel RNf, so NR mit der Mittagslinie Nf machet, nebst der Hypothenusa NR bekant ist, so findet man so wohl den nordlichen Abstand Nf, als den östlichen fR §. 434.

2. Ziehet man den Winkel CNR von fNR ab, so hat man den Winkel hNC, und findet die Abstände Nh, und hC auf die nehmliche Art. Eben so findet man den Winkel FNg, wenn man hNC von FNC abziehet. Desgleichen die Abstände Ng, und gF aus der Berechnung des Dreieckes NgF.

3. Addiret man zu dem Winkel FNg den Winkel ENF, so erhält man den Winkel ENe, und findet die Abstände Ne und eE ebenfals nach §. 434.

4. Addiret zu dem Winkel ENe den Winkel ENI, und ziehet die Summe von 180° ab, so verbleibt der Winkel INc, und man kan in diesen

Drei-

Dreiecke die Abstände Nc und cI berechnen. Auf gleiche Art hat man mit den Punkten L, P und B zu verfahren.

5. Ziehet man den Winkel NFg von NFG ab, so ist das Complement auf 90° vom Ueberreste der Winkel tFG; und da auch noch die Hypothenuse FG bekant ist, so läst sich Ft unb tG ebenfals nach §. 434. finden; und weil Ft = gm, so ist Ft + Ng = Nm dem nordlichen Abstande. Nicht minder, da Fg = tm, so ist tG — Fg = mG dem östlichen. Auf die nehmliche Weise erhält man die Winkel uFA, uFO und sFM; wie auch die Abstände Fu + Ng = Ni; uA — Fg = iA; Fv + Ng = Nl; Fg — vO = lO; Fs + Ng = Nk; Ms + Fg = kM.

6. Wenn ihr den Winkel kMF von KMF abziehet, so ist der Ueberrest = KMx, und in diesem Dreiecke lassen sich die zwo Seiten xK und xM berechnen; folglich ist abermal xK + Nk = Nn, und Mk — xM = nK.

7. Ziehet den Winkel MKx + MKD von 180° ab, so ist der Rest DKy, und man kan in diesem Dreiecke die Seiten Ky und yD finden, damit man Ky + Nn = Np, und yD + Kn = pD bekomme.

8. Subtrahiret man von dem Winkel DKH den Winkel DKy, so ist der Rest = yKH, und dessen Complement auf 90° = HKz; wenn man folglich die zwo Seiten zH und zK berechnet, so bekomt man zH + Nn + Nr, und Kn — zK = rH.

9. Ist FGS — FGt = ffGS; folglich lassen sich die Seiten ffS und ffG berechnen. Dann ist abermal ffS + Nm = No, und mG — ffG = oS. Eben auf diese Weise bekomt man den Winkel ttGW, und die Seiten ttW, ttG; und endlich die Abstände ttW + Nm = Nq, und mG — ttG = qW.

Nachdem man also die Abstände der Punkte auf besagte Art berechnet, und zu mehrerer Ordnung in eine Tafel zusammen getragen, wird es nun nicht mehr schwer sein, dieselbe gehörig und in der erfoderlichen Genauigkeit, nach einem verlangten verjüngten Maasstabe auf das Papier zu tragen. Es ist diese Art aufzutragen derjenigen, die durch die Durchschneidung mit den Seiten der Dreiecken selbst geschiehet, aus der Ursache vorzuziehen, weil, wenn irgenswo auch ein Fehler begangen wird, derselbe allezeit nur für sich allein bleibet, und sich andern Punkten nicht mitteilet.

Drit-

Dritter Abschnit.

Von Aufnehmen mit dem Mestische.

Erklärung.

§. 493.

Aufnehmen mit dem Mestische heist eigentlich, durch Proportionirung der Seiten einer Figur nach dem veriüngten Maasstabe, und durch unmittelbare Auftragung der gleichnahmigten Winkel vermittelst dem Visieren, auf diesem Instrumente eine ähnliche Figur im kleinern mit dem abzumessenden Gegenstande entwerfen, d. i. ihn in Grund zu legen oder einen Grundris davon zu verfertigen.

Durch die vorher ausgeführte trigonometrische Abmessung wird zwar auch eine ähnliche Figur von einem vorgegebenen Gegenstande entworfen, und ins Kleine gebracht, iedoch mit dem Unterschiede, daß dabei die Winkel nach ihren Graden beobachtet, die Seiten berechnet; und dann erst auf das Papier getragen werden; bei dem Aufnehmen mit dem Mestische aber begnüget man sich, blos die gleichnahmigten Winkel, ohne sich um ihre Grade zu bekümmern, einander gleich zu machen, und die Seiten zu proportioniren ohne sie zu berechnen.

Dieses Unterschieds aber ungeachtet, lauffen die Gründe von beiden Arten auf eines hinaus, und haben beide ihre Vor- und Nachteile insbesondere. Z. B. eine sehr grosse Entfernung, oder weit ausgedehnte Figur lässet sich durch den Mestisch nicht so genau wie durch die Trigonometrie bestimmen; weil man bei dem ersten vielmehr Operationen zu machen hat, bis man die ganze Figur erhält, folglich auch mehrern Fehlern unterworfen ist, als bei der andern.

Durch die Berechnung kan man dem wahren Maasse so nahe kommen, als man verlanget; auf dem Mestisch aber nur so nahe, als es die Grösse und Deutlichkeit des angenommenen veriüngten Maasstabes erlaubet. Die durch die Trigonometrie berechnete Seiten einer Figur lassen sich nach einem beliebigen Maasstabe, und ie grösser solcher ist, ie richtiger auf das Papier tragen; die mit dem Mestische aufgenommene Figur aber kan man wenigstens nicht vergrössern, ohne die zuvor unempfindlich gewesene Fehler empfindlich und merklich zu machen. Die einmal berechnete Maasse bleiben unveränderlich; die aber auf dem Mestische sind in verschiedenen Witterungen der Veränderung des Papiers, und des Tischblattes beständig unterworfen.

Weil man hingegen bei der Aufnehmungsart mit dem Mestische die Figur so gleich an Ort und Stelle auf das Papier bringt, so ist man aller Berechnung und verdrüslichen Reducirens, so in der Trigonometrie so häuffig vorkomt, gänzlich überhoben; und im Falle zur deutlichen Abbildung einer Gegend viele Kleinigkeiten aufzunehmen wären,

so

so würde man, wenn sie durch die Trigonometrie bestimmet werden solten, ein ungewöhnliches Gedächtnis, und viele Beschreibungen zur gehörigen Unterscheidung der beobachteten Winkel nöhtig haben, und dem ohngeachtet nach einem beträchtlichen Zeitverluste endlich doch noch in Verwirrung gerahten. Auf dem Mestische aber werden diese Kleinigkeiten, so viel deren auch sein mögen, ohne Schwierigkeit so gleich unmittelbar auf dem Papier entworfen, und folglich wird auch ohne das Gedächtnis zu beschweren, so gleich die wahre Beschaffenheit der Situation ausgedrückt; ia eine etwas geübte Hand kan manches, an dessen genauer Bestimmung eben so viel nicht gelegen ist, sondern nur zur mehrern Deutlichkeit dienen sol, nur nach dem Auge noch zimlich genau einzeichnen, und dadurch vieles Messen ersparen.

Aus allen diesen kan man schliessen, daß kleine Operationen, sonderlich wenn viele Kleinigkeiten vorkommen, und die ganze Gestalt der Situation zergliedert und genau ausgedrückt werden sol, mit dem Mestische zu unternehmen sind; bei grossen aber, wenn sie anders die erfoderliche Genauigkeit haben sollen, müssen die Hauptpunkte zuvor durch die Trigonometrie ordentlich bestimmet, dann aber das übrige durch den Mestisch ausgefüllet werden.

Aus dieser Verbindung beider Arten des Aufnehmens fliesset noch der ganz besondere Vorteil, daß wenn einmal die Hauptpunkte trigonometrisch bestimmet, und davon ein oder zwei Dreiecke genau auf einem, zwei andere aber auf einem andern Mestisch u. s. w. nach einem gewissen angenommenen Maasse getragen worden, man auf solche Art

viele Mestische zugleich beschäftigen könne, ohne dabei besorgen zu dürfen, daß sie mit ihrer Arbeit nicht zusammen schliessen werden, wie es gemeiniglich denen geschiehet, die dergleichen Operationen mit dem Mestische allein zu unternehmen wagen, und am Ende die überzeugendeste Proben der Unrichtigkeit ihrer Arbeit erhalten, wenn sie anders die Wahrheit gestehen wollen.

Beschreibung

Der nöhtigen Instrumente zum Aufnehmen mit dem Mestische.

§. 494. Der Mestisch bestehet 1. aus einem Blatte vom reinen und wohl getrockneten Lindenholze, so oben sehr gleich gehobelt, und unten mit zween starken Einschiebleisten wider das Werfen versehen ist, und ohngefähr die Grösse eines Bogens Zeichenpapier hat. In der Mitte der untern Fläche ist eine messingene Platte von 3 oder 4 Zol ungefähr im Quadrate eben eingelassen, und mit 4 versenkten Schrauben, die nicht ganz durch das Bret gehen, befestiget. In der Mitte dieser Platte ist ein messinger beiläuffig 3 Zol langer und etwan $\frac{1}{2}$ Zol dicker Stengel, an dessen Ende ein Schraubengewinde eingeschnitten ist, perpendikular angelötet.

2. Das Fusgestelle (Statif) bestehet aus einer runden ohngefähr 1 Schuh im Durchmesser, und $1\frac{1}{2}$ Zol dicken Scheibe von hartem Holze, in deren Mittelpunkte ein Loch ist, wodurch der Stengel des Tischblattes gesteckt, und darauf herum gedrehet, an der untern Seite der

Schei-

Scheibe aber mit einer messingenen Schraubenmutter fest gestellet wird. Auf eben dieser Seite sind drei hölzerne Füsse von ohngefähr $4\frac{1}{2}$ Schuh Länge und $1\frac{1}{2}$ Zol Dicke fest eingezapfet, deren ieder aber ganz nahe an der Scheibe ein hölzernes Gewinde hat, wodurch eine messingene Schraube als eine Achse gehet, so durch eine Mutter fest angezogen werden kan. Diese Gewinde dienen hauptsächlich die Füsse weit und nahe auseinander, und den Tisch auf ungleichen Boden horizontal stellen zu können. Je grösser die Scheibe ist, und ie weiter die Füsse auseinander daran eingezapfet sind, ie fester wird auch der Tisch stehen; welches eine von seinen Haupteigenschaften ist.

Weil es etwas beschwerlich und unbequem ist, den Mestisch samt seinem Fusgestelle öfters aufzuheben, um einen gewissen Punkt auf demselben perpendikular über einen auf der Erde gegebenen setzen zu können, so wird die zuvor erwehnte messingene Platte anstaat an das Tischblat, öfters an ein bei 15 Zol im Quadrate habendes Bret befestiget, auf dieses komt ein anderes von gleicher Grösse, welches sich auf dem ersten zwischen zween Einschiebleisten rechts und links, auf diesem aber das Tischblat selbst vor- und rückwärts verschieben läst, um die zween Punkte senkrecht übereinander zu bringen, ohne den Fus bewegen zu dürfen. Ausserdem aber daß der Mestisch dadurch beträchtlich schwerer wird, so lockert derselbe auch, wenn die Verschiebungen leicht gemacht werden, ohngeachtet man sie mit eigenen Stelschrauben befestiget; sind sie aber etwas gedränge, so quellen sie bei der geringsten Feuchtigkeit an, so daß man sie nur mit Gewalt von ihrer Stelle bringen kan, und also die vermeinte Bequemlichkeit niemal gänzlich erhält.

Das Lineal ist vom Messing und fast in der Länge der Diagonale des Tischblattes; beide Ende sind mit Absehen (Diopter) nehmlich das eine mit einem Aug, das andere aber mit einem Obiektivsdiopter versehen, die sich durch ein gutes Gewinde niederlegen, und winkelrecht aufrichten lassen. So wohl der feine und lange Spalt an der Augdiopter, als auch der Faden an der Obiektivdiopter müssen auf die Fläche des Lineals perpendikular, und entweder an der Seite des Lineals selbst, woran die Linien gezogen werden, stehen, oder wenigstens beide gleich weit davon entfernet sein, um in allen Entfernungen richtig visieren zu können. Man kan diese nohtwendige Eigenschaft des Lineals folgendergestalt untersuchen.

Man hänget in einer beliebigen Entfernung von dem genau horizontal gesteltem Mestische einen langen Senkel auf, leget das Lineal auf den Mestisch, visieret nach demselben, und ziehet daran eine Linie. Dann verkehret man das Lineal, daß die Dioptern unten, die nehmliche Seite des Lineals aber wieder genau an die auf dem Tische gezogene Linie zu liegen komme, welches man wegen dem an einer Seite schräge abgestossenen, und nun hohl liegenden Lineale durch zwei daran gestossene rechtwinkelichte Dreiecke zuwege bringt. Gehet nun der Visierstrahl in der verkehrten Lage ebenfals wieder nach dem Senkel, so sind die Dioptern richtig, und befinden sich selbst an der Seite des Lineals, woran die Linien gezogen werden; weichet aber der zweite Visierstrahl so weit von dem ersten ab, als etwan der Abstand beider Dioptern von obgedachter Seite beträget, so sind sie wenigstens parallel mit dieser Seite, und es kan ebenfals noch richtig damit visieret werden. Wenn aber die zween Visierstrahlen noch mehr voneinan-

ander abgehen solten, so ist es ein Zeichen, daß die Dioptern weder auf der Seite, woran die Linien zu ziehen, noch mit derselben parallel stehen, und man würde mit ihnen in verschiedenen Entfernungen unrichtig visieren, aus welcher Ursache ihnen also unumgänglich abgeholfen werden mus.

Weil die Fläche des Tisches allemal horizontal zu stehen komt, und die Länge der Dioptern nicht iederzeit hinreichen würde, auf die vorkommende Höhen und Tieffen zu visieren, so werden an die Hauptdioptern zwo kleinere angebracht, durch die man, wenn die erstern gehörig gesenket worden, auch auf alle Höhen und Tieffen visieren kan. Daß aber dieselbe sehr schwer gut verfertiget, und in ihrer Richtigkeit erhalten werden können, haben wir schon §. 443. gemeldet, und zu Erreichung dieser Absicht einen von einer Diopter zur andern Horizontal angespanten Faden als ein einfacheres und sicheres Mittel vorgeschlagen, welches bei diesem Lineale nicht minder mit Vorteile angebracht werden kan. Endlich werden zur Bequemlichkeit auf dem Lineale noch einige verjüngte Maasstäbe gestochen, um sie iedesmal so gleich bei der Hand zu haben.

Der Kompas (Boussole) dienet den Mestisch aller Orten recht stellen, oder wie man sagt orientiren zu können. Er bestehet aus einer wenigstens 4 Zol langen wohl bestrichenen Magnetnadel, die in einem runden oder länglichtem Gehäuse eingeschlossen, und oben mit einem Glase gegen den Wind verwahret ist. Die Güte davon bestehet eigentlich darin, daß die Nadel frisch spiele, und bei ihren Stilstande iedesmal auf den nehmlichen Ort zeige. Bei dem Gebrauche desselben hat man sich wohl vorzusehen, daß kein Eisenwerk

in

in der Nähe sei., wodurch die Nadel angezogen, und man folglich durch ihre daher erlangte falsche Richtung betrogen werden könte. Man tuht am besten, wenn man sich dieses sehr betrüglichen Werkzeuges so wenig als möglich, und nur im Nohtfalle bedienet.

Stählerne Nadeln, deren Köpfe mit einem kleinen Knöpfgen vom Siegelwachs verwahret werden, um sich beim Einstecken die Finger nicht zu verletzen, sind eine gute Anzahl nöhtig. Sie dienen, die auf dem Mestische durchschnittene Punkte zu bemerken, und das Lineal daran bequemer anlegen und herumwenden zu können. Sie müssen so fein sein, daß man ihre Dicke auf gewisse Weise noch als einen Punkt ansehen könne.

Wiewohl einige der Meinung sind, daß man sich dieser Nadeln beim Aufnehmen nicht bedienen solle, weil ihre Dicke, so gering sie auch ist, doch allezeit kleine Fehler hervorbringe, so kan ich ihnen hierinfals doch nicht beipflichten, und die Erfahrung wird einen ieden so gleich lehren, wie langweilig und beschwerlich es sei, zugleich durch die Dioptern zu sehen, und an einen gewissen Punkt das Lineal herumzudrehen, ohne eine feste Anlage an demselben zu haben. Dergleichen Meskünstler verrahten dadurch nur ihre geringe Erfahrung, sie suchen kleine und unerhebliche Fehler mit vieler Unbequemlichkeit und Zeitverlust zu vermeiden, und weit grösserer sind sie entweder nicht mächtig, oder sie gehen leichtsinnig darüber hinweg.

Ein gewöhnlicher **Hand-** und ein **Stangenzirkel**, der erstere dienet die kürzern Maasse, der andere aber die längern auf den verjüngten Maasstabe ausgreiffen, und auf das Papier tragen zu können.

Einige feine **Reisbleie** von der harten und weichen Gattung die Linien zu ziehen, und das nöhtige zu zeichnen.

nen. Um aber mit so vielen Linien in keine Verwirrung zu gerahten, so werden dieienige, so in dem Risse selbst nicht zu erscheinen haben, nur mit der Zirkelspitze gezogen.

Eine kleine **Setzwage**, den Tisch horizontal zu stellen.

Ein **Senkel** um einen Punkt auf dem Tische über einen andern auf der Erde befindlichen senkrecht stellen zu können.

Eine **Meskette** mit ihren Nägeln wie sie §. 40. beschrieben worden, nebst einer hölzernen Klafter.

Einige gerade **Stangen** oder **Meskahnen**, um iene Punkte, worin sichtbare Obiekte fehlen, zu bemerken, und darauf visieren zu können.

Bevor man an die Arbeit selbst gehet, bieget man die vier Seiten eines Bogen Zeichenpapiers etwan eines halben Fingers breit auf, benetzet dasselbe so wohl als die obere Seite des Tischblattes ganz mit reinem Wasser, bestreichet die aufgebogene Rände mit abgesottener Mehlpappe, und kleistert sie auf den Tisch, und lasset es langsam trocknen, bis sich alle Falten des Papiers ausgezogen haben, und es volkommen angespannet ist.

Da die Zeichenkunst bei dem Aufnehmen nohtwendig vorausgesezt werden mus, und einen eignen Unterricht erfodert, so werden wir uns über die Ausdrückung der vorkommenden verschiedenen Gegenstände selbst nicht ausdehnen, sondern nur zeigen, wie man erstlich in verschiedenen einzelnen Fällen iedem seine wahre Lage in Ansehung der übrigen auf dem Mestische bestimmet, und dann eine Anleitung geben, wie man sich beim Aufnehmen einer ganzen Gegend überhaupt zu verhalten habe.

Aufgabe.

§. 495. Die Entfernung eines unzugänglichen Orts C, von A und B mit dem Mestische zu bestimmen.

Fig. 52. **Auflösung:** 1. Messet die Standlinie AB auf der Erde mit der Kette aus, und lasset an dem einen Ende B einen Stab oder Mesfahne einstecken.

2. Ziehet auf dem Mestische eine Linie ab, gebet ihr nach dem angenommenen verjüngten Maasstabe eben so viele Klafter, Schuhe, u. s. w. als ihr AB gefunden habet, und stecket so wohl in a als b eine Nadel senkrecht ein.

3. Stellet den Mestisch dergestalt, daß dessen Punkt a senkrecht über A, das Tischblat aber horizontal zu stehen komme; und zu gleicher Zeit leget das Lineal an beide Nadeln a und b; wendet das Tischblat so lange, bis ihr den Stab in B durch die Dioptern abschneidet. In dieser Stellung befestiget das Tischblat mit der unter demselben befindlichen Schraubenmutter.

4. Visieret mit dem an a liegenden Lineale nach dem Gegenstande C, und ziehet an der rechten Seite des Lineales mit der Zirkelspitze eine unbestimte Linie gegen a.

5. Begebet euch mit dem Mestische in B, zuvor aber lasset in A einen Stab einstecken; stellet das Tischblat abermal horizontal, und b perpendikular über B, indem ihr das Lineal an ba anleget, und nach A visieret.

6. Leget das Lineal an b, visieret nach C, und ziehet daran abermal eine unbestimte Linie gegen b, so wird ihr Durchschnitspunkt c den Punkt C vorstellen, und ac und bc werden die verlangte Entfernungen nach dem verjüngten Maasstabe sein.

Da es sehr leicht ist, über diese und die folgende Operationen die Beweise zu geben, welche durchgängig darauf beruhen, daß die auf dem Mestische gezeichnete Dreiecke den auf der Erde befindlichen ähnlich werden, indem teils die Winkel der erstern den Winkeln der andern gleich gemacht §. 139., teils nebst einem derselben die einschliessende Seiten nach dem Maasstabe proportionirt werden §. 142., so wollen wir sie im folgenden um der Kürze willen dabei mit Fleis völlig übergehen. Wenn wir künftig sagen werden: man solle sich auf einen Punkt stellen, so verstehen wir allezeit darunter, daß der Mestisch iedesmal horizontal, und der auf demselben befindliche gleichnahmigte Punkt allezeit senkrecht über den auf der Erde befindlichen, gestellet werden müsse. Ferner durch den Ausdruck: man solle auf den vorigen Stand zurück sehen, werden wir allezeit dasienige verstehen, was in der vorigen Aufgabe bei N. 5. gesaget worden.

Aufgabe.

§. 496. Man hat auf dem Mestische eine Linie ab, die der Linie AB auf der Erde nach dem veriüngten Maasstabe gleich ist, bekant; man kan sich in A und C stellen; und sol daraus AC und BC finden.

Fig. 53. **Auflösung:** 1. Stellet euch mit dem Mestische in A, visieret längst der Linie ab nach B, und auch an a nach C, und ziehet ac unbestimt.

2. Begebet euch in C, visieret an ca nach A, leget auch das Lineal an b, richtet es dergestalt, daß ihr durch die Dioptern B abschneidet, und ziehet bc, so ist ca und cb auf dem Mestische nach dem veriüngten Maasstabe gleich CA und CB auf der Erde.

Aufgabe.

Fig. 54. §. 497. Es sei eine Linie AB auf dem Mestische als ab gegeben, man weis auch aus einer vorhergegangenen Operation, nach was für einer Gegend die Magnetnadel zeiget, wenn entweder ab mit AB in einer geraden Linie lieget, oder doch damit parallel lauffet; man verlangt hieraus einen unbekanten Punkt C, in den man sich stellen kan, oder die Entfernungen AC und BC zu finden.

Auf-

Auflösung: 1. Stellet euch mit dem Tische in C, leget den Kompas mit der gehörigen Seite an die auf dem Papier bemerkte sogenante **Magnetlinie**, oder den Kompasstrich de, und wendet den Tisch so lange, bis endlich die Magnetnadel auf ihre gehörige Stelle komt; so wird ab parallel zu AB sein.

2. Nachdem ihr den Tisch in dieser Stellung befestiget habet, so leget das Lineal erstlich an a, visieret nach A, und ziehet ac unbestimt, dann aber an b, visieret nach B, und ziehet bc auf eben die Art, so wird der Durchschnitspunkt c der verlangte sein, und ac und bc werden euch die zwo Entfernungen AC und BC im verjüngten Maasse geben.

Hierin bestehet eigentlich das sogenante Orientiren des Mestisches mit der Magnetnadel; man hat sich aber dabei wohl vorzusehen, daß man von ihr nicht betrogen werde.

Aufgabe.

§. 498. Nahe liegende Gegenstände auf die man sehen und messen kan, aus einem Standpunkte aufzunehmen.

Auflösung: 1. Stellet euch mit dem Mestische auf einen beliebigen Punkt A, von dem ihr auf die übrige nahe liegende Punkte sehen und messen könnet, und nehmet solchen Fig. 55.

auch auf dem Papiere an, indem ihr senkrecht über A eine Nadel in a stecket.

2. Leget an a an, visieret nach alle vorkommende Punkte B, C, D, E, F u. s. w. und ziehet die Visierlinien mit der Zirkelspitze indessen von unbestimter Länge.

3. Lasset die Entfernungen aller Punkte, worauf ihr visiert habet, von A ausmessen, und traget sie im veriüngten Maasse auf die ihnen zukommende Visierlinien, oder wenn ihr wie z. B. von A nach F nicht gerade zu messen könnet, so messet EF, und durchschneidet aus e mit ef den Visierstrahl af.

4. Ziehet die solchergestalt bestimte Punkte gehörig mit Linien zusammen, und zeichnet alles der Natur gemäs aus, so ist geschehen, was verlangt worden.

Obstehende Aufgabe läst sich nur damals mit Vorteil anwenden, wenn die zumessende Entfernungen nicht sehr gros sind, oder keine Hinterniße da sind, solche zu messen. Sie dienet also hauptsächlich, wenn nahe gelegene Gegenstände in den Ris zu bringen sind.

Aufgabe.

§. 499. Es sei eine Linie AB auf dem Mestische als ab, Fig. 56. 57. 58. 59. 60. 61. bekant oder gegeben; man solle die zween Punkten C und D bestimmen.

Die-

Diese Aufgabe ist der nach der trigonometrischen Auflösung §. 470. gegebenen ganz ähnlich, und läst sich also ebenfals in sechs Fälle einteilen und auflösen.

Erster Fal. Wenn die Standpunkte mit dem Mestische an beiden Enden der bekanten Linie AB genommen werden können. Fig. 56.

Auflösung: 1. Stellet euch mit dem Mestische in A, visieret an ab nach B, und befestiget in dieser Stellung den Tisch.

2. Visieret aus a nach C und D, und ziehet an dem Lineale die Linien unbestimt.

3. Begebet euch mit dem Mestische nach B, visieret an ba nach A zurück, und befestiget abermals den Tisch in dieser Stellung.

4. Visieret aus b nach D und C, und ziehet abermals die Linien auf dem Papiere, so werden die zween Durchschnitspunkte c und d die verlangte C und D vorstellen.

Zweiter Fal. Wenn man an der bekanten Linie AB nur an einem Ende A einen Stand, den andern aber an dem unbekanten Punkte C nehmen kan. Fig. 57.

Auflösung: 1. Stellet euch mit dem Mestische in A, visieret an ab nach B, und befestiget den Tisch.

2. Leget an a, visieret nach D und C, und ziehet die Visierlinien indessen unbestimt auf dem Papier.

3. Stellet euch mit dem Mestische in C, visieret an ca nach A, und befestiget den Tisch.

4. Leget an b an, visieret nach B, und ziehet die Linie bc, bis sie sich mit ac durchschneidet.

5. Leget nun an den Durchschnitspunkt c an, visieret nach D, und ziehet an dem Lineale die Linie cd, so sind c und d die verlangten zween Punkte C und D.

Fig. 58. **Dritter Fal.** Wenn die Stände zwar an der bekanten Linie AB genommen werden können, die unbekante C und D aber dies- und ienseits derselben liegen.

Die Auflösung dieses Falles ist in allen der §. 495. gegebenen gleich, nur daß sie hier zu beiden Seiten der Linie AB geschiehet.

Fig. 59. **Vierter Fal.** Wenn an der bekanten Linie AB nur ein Stand in A, der andere aber in einem unbekanten Punkte C genommen werden kan, und C und D sich zu beiden Seiten von AB befinden.

Auflösung: 1. Stellet euch mit dem Mestische in A, visieret an ab nach B, und befestiget den Tisch.

2.

2. Visieret an a nach D und C, und ziehet die Visierlinien ad und ac unbestimt.

3. Begebet euch mit dem Tische in C, visieret an ca nach A, und befestiget das Tischblat.

4. Visieret an b nach B, und ziehet die Linie bc, damit ihr den Punkt c bekommet.

5. Nun leget an c an, und visieret nach D, so werdet ihr durch die Linie cd die vorige ad durchschneiden, und auch den andern Punkt d erhalten.

Fünfter Fal. Wenn die bekante Linie AB ganz unzulänglich ist, und man beide Stände in den zween unbekanten Punkten C und D nehmen mus. Fig. 60.

Dieser Fal läst sich mit einer gewissen Bedingung auf zwoerlei Art auflösen, nehmlich wenn entweder die Lage der Linie AB in Ansehung des Kompasses bekant oder unbekant ist.

Erste Auflösung: Stellet euch mit dem Mestische einmal in C, und das anderemal in D, und verfahret in beiden nach §. 497., so werden beide Punkte C und D bestimmet.

Zwote Auflösung: 1. Stellet euch mit dem Mestische in C, nehmet auf demselben nach Belieben ein Punkt c an, visieret an dem-

selben nach A, B und D, und ziehet die Visierlinien unbestimt.

2. Begebet euch in D, erwählet auf der vorigen Visierlinie cd den Punkt d wieder nach Belieben, visieret an dc nach C, und befestiget den Tisch.

3. Visieret aus d auch nach A und B, so werden sich diese Visierlinien mit den vorigen auf dem Tische durchschneiden, und die Figur abdc wird der gegebenen ABDC volkommen ähnlich sein.

4. Traget nun das nach der Bedingung der Aufgabe bekante Maas der Linie AB nach einem verjüngten Maasstabe aus b in y, und ziehet aus y eine Parallel mit ac, bis sie bc in x durchschneidet, und auch eine Parallel yz mit ad; so habet ihr die ganze Figur ABDC im kleinen ybzx nach eben dem verjüngten Maasstabe, nach welchem by aufgetragen worden.

Ob zwar die zwote Auflösung bei einer fortdaurenden Operation, in der man die Figur an eine andere bereits auf dem Mestische befindliche anschliessen sol, nicht wohl staat findet, so kan sie doch in einzelnen Fällen oft sehr dienlich, ia auch im ersten Falle noch brauchbar sein, wenn man sie zuvor auf einem besondern Blate unternimt, und dann erstlich auf den Mestisch selbst träget.

Sechs-

Sechster Fal. Wenn die bekante Linie AB an beiden Enden unzugänglich ist, und man sich auch an die zween Punkte C und D wegen vorkommenden Hindernissen nicht stellen kan. Fig. 61.

Dieser Fal läst sich wie der vorige auf zwoerlei Art auflösen, nehmlich mit und ohne Kompas.

Erste Auflösung: Wenn die Lage der Linie AB in Ansehung des Magnetstriches bekant ist, so stellet euch mit dem Mestische ohnweit D nach Belieben in einen Punkt E, und suchet denselben nach §. 497., visieret auch nach D, lasset ED ausmessen, und traget ihr verjüngtes Maas ed auf. Begebet euch hierauf ohnweit C abermal in einen wilkührlichen Punkt F, verfahret daselbst eben so wie in E, so werdet ihr auch den Punkt C bestimmen können.

Zwote Auflösung ohne Kompas.

1. Stellet euch ohnweit D in E, erwählet diesen Punkt e wilkührlich auf dem Mestische, visieret aus demselben nach A, B, D und auch nach F, als auf den Punkt, den ihr zum zweiten Stand annehmen wollet, und ziehet indessen die Linien unbestimt. Bevor ihr noch diesen Stand verlasset, so messet noch zuvor ED, und merket sie indessen auf.

2. Begebet euch in F, nehmet f auf dem Tische in der Linie ef wilkührlich an, visieret an fe nach E, und befestiget den Tisch.

3. Visieret aus f nach A, C und B, und ziehet die Visierlinien, FC aber lasset ausmessen, so werden die vorige Visierlinien in a und b durchschnitten, und die Figuren AFBE und afbe sind einander ähnlich.

4. Traget nun auf ab das Maas der bekanten Linie AB, nach den angenommenen verjüngten Maasstabe, und führet die übrigen Seiten parallel mit fa, und ae wie wir im fünften Falle N. 4. gewiesen haben.

5. Führet aus x mit fc, und aus z mit ed Parallelen xo und zn, und traget auf die erste das Maas der Linie FC, und auf die andere das Maas von ED; so sind die zween Punkte C und D, oder auf dem Tische o und n in Ansehung der Linie AB bestimt.

Mit dieser zwoten Auflösung hat es bei einer fortdaurenden Operation eben die Bewantnis, wie mit der im fünften Falle.

Gleichwie sich in diesen sechs Fällen die zween Punkte C und D bestimmen lassen, eben so kan es mit mehrern iedoch aber nicht unter gar zu spitzigen Winkeln geschehen.

Eben wie wir vermittelst des Quadrantens Perpendikularen und Parallelen nach verschiedenen Bedingungen auf dem Felde ausstecken gelehret haben,

so

so läst sich dieses auch mit dem Mestische auf die nehmliche Art bewirken.

Aufgabe.

§. 500. Wenn die Linie AB auf dem Mestische gegeben, aus einem auf ihrer Verlängerung angenommenen Standpunkte D, und aus einem andern C einen verlangten Punkt E zu bestimmen. Fig. 62.

Auflösung: 1. Stellet euch mit dem Mestische in der Verlängerung von AB in einen beliebigen Punkt D; erwählet auf dem Papier den gleichnahmigten d; visieret aus demselben nach A, E und C, und ziehet die Linien indessen unbestimt.

2. Stellet euch in C, erwählet auf der dahin gezogenen Visierlinie einen beliebigen Punkt c; visieret an cd nach D, und aus c nach A, E und B, so werden die Visierlinien des vorigen Standes in a, e und b durchschnitten, und die Figur abcde ist der grossen ABCDE ähnlich.

3. Nehmet ab nach einem gewissen verjüngten Maasse an, so könnet ihr damit auch die übrigen Entfernungen messen.

Oder traget ab nach einem angenommenen Maasstabe auf ein Papier, beschreibet darauf das übrige der Figur dergestalt, daß sie der vorigen ähnlich werde.

Eben diese Aufgabe läst sich auch mit Hülfe des Kompasses auflösen.

Aufgabe.

Fig. 63. §. 501. Es sol die Entfernung AC aus einem Stande A bestimmet werden; man kan aber von A nicht gerade nach C sehen.

Auflösung: 1. Lasset vier Stäbe D, F, B, E dergestalt ausstecken, daß so wohl BF als ED mit C in gerader Linie stehen, und daß ihr von A dahin sehen und messen könnet.

2. Stellet euch in A, erwählet auf dem Mestische den gleichnahmigten Punkt a; visieret aus demselben nach den vier ausgesteckten Punkten; lasset ihre Entfernungen AB, AF, AE und AD messen; und traget sie nach dem verjüngten Maasse auf das Papier, wie ab, af, ae und ad.

3. Ziehet durch bf und ed gerade Linien, bis sie sich in c durchschneiden; so ist ac die verlangte Entfernung.

Aufgabe.

Fig. 64. 65. 66. und 67. §. 502. Wenn auf dem Mestische drei Punkte A, B und C gegeben sind, einen vierten wilkührlich angenommenen Punkt X, von welchem man iedoch nach den ersten dreien sehen kan, auf dem Mestische zu finden.

Die-

Diese Aufgabe läst sich wie §. 474. geschehen, in fünf Hauptfälle einteilen, und sonderlich die leztere dreie mit und ohne Kompas folgendergestalt auflösen.

Erster Fal.

Wenn der Stand X auf eine Seite AB, Fig. 64. des bekanten Dreiecks ABC genommen wird.

Auflösung: 1. Leget an der gleichnahmigten Seite ab auf dem Mestische an, visieret nach A oder B, und befestiget den Mestisch.

2. Leget an c an, und visieret nach C, so wird die gezogene Visierlinie cx den Punkt x, worauf ihr stehet, bemerken.

Zweiter Fal.

Wenn der Standpunkt X in der Verlän- Fig. 65. gerung einer Seite BC des bekanten Dreieckes ABC lieget.

Auflösung: 1. Leget an bc an, visieret nach B, und ziehet die Visierlinie bx unbestimt.

2. Leget an a an, visieret nach A, ziehet die Visierlinie ax ebenfals unbestimt, so werden sich beide in dem Punkte x durchschneiden, worauf ihr mit dem Mestische stehet.

Dritter Fal.

Fig. 66. Wenn der Standpunkt X irgendwo ausser dem bekanten Dreiecke ABC genommen wird.

Auflösung mit dem Kompas. Wenn euch nebst dem bekanten Dreiecke ABC, auch die Kompaslinie auf dem Tische gegeben ist, so geschiehet die Auflösung gänzlich nach §. 497.; aber noch mit dem Vorteile, daß euch hier die dritte Visierlinie, wenn sie sich mit den erstern zwoen genau in einem Punkte durchschneidet, zur Versicherung dienet, daß ihr euch richtig orientiret habet.

Auflösung ohne Kompas. 1. Erwählet euch auf dem Tische einen beliebigen Punkt y, visieret aus demselben ohne sich um die Stellung des Tisches, oder um die gegebene drei Punkte a, b, c zu bekümmern, nach A, B und C, um nur die zween Winkel nyh, und hyi zu bekommen.

2. Traget den links beobachteten Winkel rechts, und den rechts beobachteten links auf die Linie ac des bekanten Dreiecks; d. i. machet dca = nyh und eac = hyi.

3. Ziehet durch den Durchschnitspunkt o beider Schenkel, und durch den mitlern Punkt b des bekanten Dreiecks ox unbestimt, und machet den Winkel acx = aox, und cax = cox,

cox, so werden die drei Linien ax, ox und cx in einem gemeinschaftlichen Punkte x zusammen lauffen, der eben derienige auf dem Tische ist, der sich perpendikular unter y auf der Erde in X befindet, oder in welchen die zween Winkel gemessen worden.

Wil man sich des Punktes x zu einer weitern Operation auf der Stelle bedienen, oder sich überzeugen, daß die Erfindung desselben richtig sei, so senkelt man X von y ab, stellet den Tisch dergestalt, daß x perpendikular über X zu stehen kommet; dann leget man an ax an, visieret nach A, desgleichen an bx nach B, und an cx nach C. Treffen nun die leztere zween Visierstrahlen genau in B und C ein, so ist es ein Zeichen daß richtig verfahren worden.

Uebrigens ist es einerlei, ob dem Standpunkte ein Winkel, wie in Fig. 66. oder eine Seite des bekanten Dreiecks entgegen stehe, wie wir in der Trigonometrie schon gemeldet haben.

Vierter Fal.

Wenn der Standpunkt X in dem bekanten Dreiecke ABC selbst ist. Fig. 67.

Auflösung mit dem Kompas. Geschieht wie §. 497. und §. 502. im dritten Falle.

Ohne Kompas. 1. Erwählet auf dem Tische einen wilkührlichen Punkt y, senkelt ihn auf die Erde in X ab, visieret aus demselben nach A, B und C, damit ihr die Winkel nyh und hyi bekommet.

2. Verlängert hy unbestimmt in z; machet bco = nyz, und cbo = iyz, und ziehet durch a und den Durchschnitspunkt o der beiden Schenkeln die Linie ao.

3. Machet den Winkel bcx = box und cbx = cox, so durchschneiden sich die Linien bx, cx und ao in dem gesuchten Punkte x.

4. Stellet nun den Tisch dergestalt, daß x perpendikular über den zuvor abgesenkelten Punkt X zu stehen komme; leget an ax und visieret nach A; und wenn ihr richtig vorgegangen seid, so werden auch die Visierstrahlen an cx in C, und an bx in B volkommen eintreffen.

Fünfter Fal.

Wenn die drei Punkte in gerader Linie liegen.

Die Auflösung ist wie im dritten Falle.

Diese Aufgabe ist bei dem Aufnehmen mit dem Mestische, sonderlich in den leztern drei Fällen von besondern Nutzen, indem sie den ungemeinen Vorteil giebet, daß man den Mestisch hinsetzen, und die Standpunkte wählen könne, wo es nur gefält, ohne sich um die vorige Stände zu bekümmern.

Aufgabe.

Fig. 68. §. 503. Es sind drei Thurmspitzen ABC auf dem Mestische gegeben, man sol aus zween beliebig angenommenen Ständen X und Y, von denen man zwar obgedachte drei Spi-

tzen,

ken, aber nicht von einem zum andern sehen kan, zween andere Punkte D und E finden.

Auflösung: 1. Stellet euch mit dem Mestische erstlich in X, und bestimmet den Punkt x auf demselben nach §. 502. nach dem dritten Falle; dann aber visieret aus x nach D und E, und ziehet die Visierlinien unbestimt.

2. Begebet euch in Y, suchet den Punkt y auf die vorige Art, und visieret ebenfals wieder nach D und E, so werden die Durchschnitspunkte d und e, die verlangte zween Punkte D und E vorstellen.

Aufgabe.

§. 504. Die Krümmungen eines Flusses auszumessen. Fig. 69.

Auflösung: 1. Stellet euch mit dem Tische an das Ufer des Flusses A, alwo ihr einen guten Teil übersehen könnet, erwählet oder bestimmet den Punkt a auf eine oder die andere Art, und visieret aus demselben längst dem Ufer auf eine wilkührliche Weite nach B und C, und ziehet auf dem Papier ab und ac unbestimt.

2. Leget die Meskette in der Richtung von AB auf die Erde, messet auf alle vorkommende bemerkungswürdige Krümmungen

Perpendikularen De, Fg, Hi u. s. w., und auch die Abstände AD, AF, AH u. s. w. Das nehmliche geschiehet auch bei den übrigen.

3. Traget diese Perpendikularen, und Abstände von A in eben der Ordnung nach dem verjüngten Maasstabe auf die auf dem Mestische gezogene Linien ab und ac, ziehet an den Enden der Perpendikularen die Uferlinie, und suchet die Krümmungen derselben dem Auge nach auszudrücken.

4. Ist die Breite des Flusses nicht beträchtlich, so wird das jenseitige Ufer zu dem diesseitigen parallel gezogen; ist aber der Flus sehr breit, und die Breite ändert sich in manchen Orten, so mus sie auf eine oder die andere Art, wo Veränderungen vorgehen, besonders gemessen, oder das gegenseitige Ufer eigens aufgenommen werden.

Aufgabe.

§. 505. Einen krummen Weg durch einen Wald aufzunehmen.

Fig. 70.

Auflösung mit der Magnetnadel. 1. Stellet euch mit dem Mestische so weit in den Wald in B, daß ihr noch nach A sehen und messen könnet; desgleichen lasset so weit ihr von B sehen könnet in C einen Stab einstecken, visieret aus b nach A und C, und traget die

ge=

gemessenen Entfernungen BA und BC auf die, auf dem Papier gezogene Visierlinien ba und bc; nebst dem aber bemerket noch die Stellung der Magnetnadel.

2. Begebet euch mit dem Tische so weit in D, daß ihr noch nach C zurück sehen könnet; messet CD, und machet mit cd aus c einen kleinen Bogen in der Gegend wo d auf das Papier kommen wird.

3. Orientiret den Tisch mit der Magnetnadel wie in B; visieret an c nach C, und ziehet cd bis an den gedachten Bogen; dann visieret aus d nach einem in E ausgesteckten Stab, messet seine Entfernung DE, und traget de auf. Eben so verhaltet euch in F, und in den übrigen Ständen.

Auflösung ohne Magnetnadel. Man verfähret hiebei eben so, wie mit der Magnetnadel, nur mit dem Unterschiede, daß man keine Zwischenpunkte wie C und E machen darf, sondern sich auch auf dieselbe mit dem Tische stellen mus.

Wir können die Anfänger nicht unerinnert lassen, daß diese Art mit dem Mestische durch einen Wald, worin man aller Aussicht beraubet ist, in verschiedenen Krümmungen zu operiren, öfters sehr beschwerlich ist; und so viele Mühe und Fleis man auch dabei anwendet, so geschiehet es doch selten, und gleichsam nur von ungefähr, daß die

lezt bestimte Punkte in Ansehung der übrigen ihre richtige Lage erhalten. Da aber in ähnlichen Fällen kein anderes Mittel übrig ist, so mus man so viel tuhn als man kan, übrigens aber sich in Acht nehmen, daß man sich der auf diese Art bestimten Punkte zur Erfindung anderer so wenig bediene, als möglich ist.

Aufgabe.

§. 506. Den Grundris des Hauptumfanges eines Gebäudes zu entwerfen.

Auflösung: 1. Wenn das Gebäude durchaus rechtwinkelicht ist, so ist es sehr leicht, dessen Längen und Breiten auszumessen, und seine Figur nach rechten Winkeln zu Papier zu bringen.

Fig. 71. 2. Wenn aber dasselbe einige schiefe Winkel hat, wie z. B. ABCDEF, so verlängert AB gegen G, und CB gegen H, so daß BG = BH werde; verlängert auch BC bis in I und L, desgleichen ED bis in I und M solchergestalt, daß IL = IM; messet die zwei Dreiecke BHG und ILM, wie auch BC, BA, CI, ID und DE aus, so könnet ihr die Seiten ABCDE auf das Papier entwerfen; verlängert ihr hierauf BA bis in N und FA bis in O, so daß AN = AO, und messet das Dreieck ANO und die Seite AF aus, so läst sich auch AF auftragen, und FE bestimt sich selbst.

Fer-

Ferner messet, wo ihr immer Gelegenheit habet, die perpendikulare Tieffe xy, und die innere Seiten des Hofes xa, xb, bd, bc, cd, da, desgleichen xf, xe, eh, hg, gf und eg, so werdet ihr auch die Figur der Höfe zu Papier tragen können.

3. Seid ihr durch runde Thürme, oder andere Vorsprünge verhindert, an den Ecken des Gebäudes die Seiten desselben zu verlängern, so fasset dasselbe auffer den Vorsprüngen mit Linien ein, messet ihre Figur aus, und lasset von denselben Perpendikularen auf die Seiten des Gebäudes fallen.

Aufgabe.

§. 507. Unterirdische Gänge aufzunehmen.

Auflösung: Man setze, daß man die vorgestelte Minengallerien aufnehmen solle, derowegen stellet euch Fig. 72.

1. In A als in der Mitte des Zusammenlauffes mehrerer Gallerien, von wannen ihr noch nach den Eingang a sehen könnet; lasset auf der Mittellinie derselben in a, b, c und B Lichter, oder andere wohl beleuchtete Objekte stellen, um darauf visieren zu können; beobachtet die Winkel, so die Mittellinien der Gallerien machen, und traget sie auf ein Papier.

2. Messet Aa, AB, Ac und Ab aus, und wenn sie horizontal sind, so traget ihre Längen nach den verjüngten Maasstabe aus A in ihrer Ordnung auf; machen sie aber mit dem Horizonte verschiedene Winkel, oder sie steigen und fallen, wie es gemeiniglich geschieht, so suchet die Höhenunterschiede von a, b, c und B in Ansehung A durch nivelliren, wie im folgenden Hauptstücke gelehrt werden sol; traget die schrähen Längen, wie z. B. die von AB auf ein besonders Papier IL; teilet sie in zween gleiche Teile; aus ihrer Mitte P ziehet einen halben Zirkel, setzet in L ein, und mit dem Höhenunterschiede von B und A, durchschneidet den halben Zirkel in O, so ist IO die eigentliche horizontale Länge von AB nach §. 80., die ihr auf den Grundris zu tragen habet. Eben so verfahret mit den übrigen Längen.

Oder: Quadriret die gemessene schrähe Länge AB = IL, wie auch den Höhenunterschied LO, ziehet das Quadrat des leztern von dem der erstern ab, und aus dem Ueberreste ziehet die Wurzel, die gleich IO ist. D. i. $\overline{IL}^2 - \overline{LO}^2 = \overline{IO}^2$ nach §. 182.

3. Begebet euch mit dem Instrumente nach und nach in B, C, D, E, F, G; beobachtet daselbst ebenfals alle Winkel, so die Mittellinien der Gallerien machen; messet ihre

Län-

Längen, reduciret sie, wenn sie schrähe sind, wie zuvor auf den Horizonte und traget sie gehörig auf.

4. Da ihr solchergestalt nur die Mittellinien der Gallerien auf das Papier bekomt, so messet aller Orten wo es nöhtig ist, die Breiten derselben, traget ihre Hälfte rechts und links der Mittellinie auf, und ziehet die Wände aus.

Damit man gleich aus dem Grundrisse erkennen könne, um wieviel ein gegebener Punkt in einer Gallerie höher oder niedriger als ein anderer lieget, so sehet z. B. den niedrigsten a = o an; nivelliret die übrigen, und schreibet auf dem Risse, um wieviel ieder andere höher als derselbe ist. Solchergestalt wird man sogleich wahrnehmen können, daß iene Punkte, die mit gleichen Zahlen bemerket sind, im gleichen Horizonte liegen, und derienige, so eine gröffere Zahl bei sich hat, als ein anderer, ist auch um den Unterschied derselben höher. So ist z. B. C und D in gleicher Höhe, weil ieder um 8 Schuh höher als a ist; und A ist um 3 niedere als D, weil 8 — 5 = 3. Eben so ist d um 3 Schuh höher als B, weil 10 — 7 = 3 ist.

Wil man aus einem solchen Grundrisse die schrähe Länge, z. B. der Gallerie AC wissen, so machet einem rechten Winkel IOL, traget AC auf IO, und den Höhenunterschied 8 — 5 = 3 auf OL, so ist die Hypothenuse IL die gesuchte Länge der Gallerie.

Oder quadriret AC, und auch den Höhenunterschied von A und C, addiret beide Quadrate zusammen, und ziehet aus der Summe die Wurzel.

Die Bergleute haben zu diesen unterirdischen Operationen eigene Instrumente (Grubenzeug, Schinzeug) erdacht; ohne aber ihren Wehrt oder Unwehrt zu untersuchen, so verrichten wir diese geometrische Arbeiten mit unsern Astrolabien oder mit dem Mestische, und mit der Nivellierwage wenigstens eben so richtig als sie; nur sind an dem erstern wegen den geringen Entfernungen keine Fernröhre, sondern nur Dioptern nöhtig, und der Mestisch mus wegen Enge des Raums überhaupt kleiner sein; doch ist das Astrolabium diesem leztern so wohl wegen der Richtigkeit als Bequemlichkeit hiebei allezeit vorzuziehen.

So wie die Magnetnadel über der Erde vielen Fehlern unterworfen ist, eben so und noch mehr ist sie es bei unterirdischen Operationen; man vermeide sie also wenigstens bei Arbeiten von denen man einige Richtigkeit fodert.

Was bei dem wirklichen Aufnehmen mit dem Mestische überhaupt und insbesondere zu beobachten.

§. 508. Nachdem man sich durch eine vorgenommene genaue Besichtigung von der Grösse und übrigen Beschaffenheit der aufzunehmenden Sache einen vorläufigen Begrif gemachet hat, so erwäget man auch noch die Absicht, zu welcher der zu entwerfende Ris dienen sol; denn diese ist es eigentlich, welche der mehr und

wenigern Umständlichkeit ihre Gränzen seßet, und die Grösse des veriüngten Maasstabes bestimmet.

Ist der Ris z. B. eines einzelnen Gebäudes, oder einer Festung, den Entwurf zu einem künftigen Bau zu machen, bestimt, so müssen alle Kleinigkeiten, die einigen Nutzen oder Hinternis im Baue hervorbringen können, darauf ausgedrücket werden, und derowegen kan man den veriüngten Maasstab nicht leicht zu gros annehmen. Ist es aber nur darauf angesehen, von der Figur und Einteilung des aufzunehmenden Gegenstandes einen Begrif überhaupt zu machen, so darf auch der Ris weniger umständlich, folglich der Maasstab kleiner sein.

Sol der Grundris einer Gegend zum Kriegsgebrauche dienen, so hat man zwar nicht nöhtig, alle Abteilungen und besondere Gränzen der Grundstücke einzelner Inhaber, wie es im bürgerlichen Gebrauche allerdings erfoderlich ist, anzudeuten, sondern man begnüget sich nur den Hauptumfang der Wiesen, Felder und Wälder auszudrücken. Hingegen müssen alle Anhöhen, Berge, Felsen, steile Abschüsse, Gräben und Vertieffungen, alle Strassen, offene und hohle Wege, die Flüsse, Kanäle und Bäche mit ihren Brücken, Schleussen, Dämmen, Wehren, Fuhrten, Inseln und Sandbänken, nebst der Beschaffenheit der Ufer; desgleichen die Teiche, Sümfe und Moräste; die Waldungen und Gebüsche; die Figur der Dörfer mit ihren Hauptzugängen; alle einzelne Gebäude, als Wind- und Wassermühlen, Maierhöfe, Kapellen, Kreuzsäulen, Ziegelscheunen u. m. d. g. Kurz, alles dasienige, so in die verschiedene Bewegung, Stellung und Zufuhr einer Armee, oder derselben Verschanzung auf eine oder die andere Art einen Einflus haben, und einigen Vor-

teil oder Hinternis hervorbringen kan, so viel möglich angezeiget werden.

So wie die Gegend grösser und weitschichtiger ist, wird auch der Maasstab kleiner angenommen, wenn anders der Grundris davon nicht übermässig gros, unbequem, und gleichsam unübersehlich werden sol. Daher können auch in demselben weniger von den vorkommenden Kleinigkeiten, als in einem von grössern Maasstabe ausgedrückt werden.

Nachstehende Verhältnisse der verjüngten Maasstäbe gegen dem wirklichen Maasse können bei den verschiedentlich vorfallenden Rissen insgemein gebraucht werden, es wären dann besondere Ursachen vorhanden, sie grösser oder kleiner anzunehmen. Als:

1. Für die Grundrisse und Durchschnitte einzelner Gebäude und Festungswerker, 3 wirkliche Linien = 1°, und also 6″, 3‴ = 25°, oder 4 wirkliche Linien = 1°, folglich 6″, 8‴ = 20°.

2. Für den Grundris einer ganzen Stadt oder Festung, $\frac{2}{3}$ einer wirklichen Linie = 1°, und also 2″, 9‴, $\frac{1}{3}$ = 50°, oder eine halbe Linie = 1°, folglich 2″, 1‴ = 50°.

3. Für eine Situation von ohngefähr 1000 Klafter in der Länge und Breite $\frac{1}{3}$ einer wirklichen Linie = 1°, und also 2″, 9‴ $\frac{1}{3}$ = 100°, oder $\frac{1}{4}$ einer wirklichen Linie = 1°, folglich 2″, 1‴ = 100°.

4. Für eine Situation von 4000 Klafter oder einer Meile in die Länge und Breite $\frac{1}{6}$ einer wirklichen Linie = 1°, und also 4″, 2‴ = 300°, oder $\frac{1}{8}$ einer wirklichen Linie = 1°, folglich 4″, 2‴ = 400°.

5. Für eine Karte von 5 Meilen lang und breit, 3 wirkliche Zolle 1000°, folglich 1′ für 1 Meile, oder 2 Zol = 1000°, und also 8 Zol für eine Meile. Für noch grössere Karten werden auch verhältnismässig kleinere Maasstäbe angenommen.

Bei Artillerie und verschiedene Maschinen betreffenden Rissen, werden die Maasstäbe viel grösser angenoumen, weil man in denselben viele Kleinigkeiten auszudrücken hat. Insgemein aber wird für sie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. w. von dem wirklichen Maasse angenommen. Insbesondere aber wird bei der Zeichnung des Geschützes öfters der Diameter einer Kugel von 1 Loht oder Quintel für den eines Pfunds gebraucht.

Insbesondere aber ist bei dem Aufnehmen einer Gegend noch folgendes zu bemerken.

§. 509. Wenn eine Gegend aufgenommen werden sol, so sind entweder die Hauptpunkte derselben schon zuvor durch die Trigonometrie bestimmet, und man hat mit dem Mestische nur die Ausfüllung zu machen, oder die Operation mus ohne Beihülfe derselben unternommen werden. Im ersten Falle träget man nach dem angenommenen Maasstabe so viele Hauptdreiecke mit einem Stangenzirkel auf den Mestisch, als derselbe fassen kan, und bemerket zugleich die Richtung der bei der trigonometrischen Operation gefundenen Mittagslinie, oder einer Parallele davon mit einer über den ganzen Tisch gezogenen Linie. Man erhält durch dieselbe den Vorteil, daß man allen nach und nach ausgearbeiteten Blättern in der Zeichnung einerlei Ansehen, nehmlich nach Norden geben kan, welches sonderlich nicht leicht geschieht, wenn mehrere Mestische zugleich zu Arbeiten angestelt werden.

Da die trigonometrisch bestimte Hauptpunkte gemeiniglich weit voneinander liegen, und die Beschaffenheit der Situation nicht allerwegen erlaubet, zween oder drei derselben zugleich zu entdecken, so ist man vor allen besorgt, der gleichen Derter anzutreffen, und sie nach §. 502. auf dem Papier zu bestimmen, um sich dadurch die Hauptpunkte zu vermehren, und fast allen Orten wenigstens zween oder drei sehen zu können. Fehlen an einigen sichtbare Obiekte, so läst man Mesfahnen, oder gerade Stangen mit Strohbindeln dahin stellen, und damit man nicht bemüssiget sei, nochmals auf dieselbe zurück zu kommen, so nimt man sogleich alle nahe liegende Gegenstände daselbst nach §. 498. auf, visieret auch auf entlegenere Obiekte in der Hofnung sie in einen der folgenden Ständen durchschneiden zu können. Um sich aber mit den verschiedenen Visierstrahlen nicht zu irren, so ziehet man dieienige, so man etwan inskünftige noch zu brauchen glaubet, bis an Rande des Mestisches, und bemerket sie daselbst mit beliebigen Zeichen. Diese Verlängerung der Visierlinien über den ganzen Tisch ist sonderlich damals sehr nützlich, wenn man in dem folgenden Stande an denselben anlegen, und auf den vorigen zurück sehen mus; indem dieses an längern Linien viel richtiger als an kürzern geschieht. Hat man solchergestalt so viele Hauptpunkte auf das Papier gebracht, als man nöhtig zu sein glaubet, die folgende Stände an solchen Orten zu wählen, wo sich einige Hauptteile der Figur bestimmen lassen, so wird es nicht mehr schwer sein, mit ein wenig Aufmerksamkeit, und öfterer Erinnerung unserer vorhin gegebenen verschiedenen Aufgaben den Umfang der Wiesen, Felder und Wälder, die Krümmungen der Wege und Flüsse, die Lage der Dörfer u. m. d. g.

Kurz-

Kurz, die ganze Figur und Beschaffenheit der in den Hauptdreiecken enthaltenen Situation sehr richtig, und mit so wenig Mühe als möglich zu entwerfen.

Die 73ste Figur stellet als ein Beispiel zwei von den in der 50sten Figur trigonometrisch bestimten Dreiecken vor, wie sie durch den Mestisch ausgefüllet sind, und die Buchstaben ABCD u. s. w. zeigen, in welcher Ordnung und Folge, und wo die erste Hauptstände und Punkte genommen werden könten, um alsdenn das übrige um so leichter und richtiger bestimmen zu können. Die Enge des Raumes giebt von selbst zu erkennen, daß wir uns in eine weitere Zergliederung der Operation nicht einlassen können; solche würde auch von keinem grossen Nutzen sein, da sie wegen allezeit veränderten Umständen nohtwendig iedesmal verschieden sein mus. Einiges Nachdenken, und etliche Versuche werden einen ieden, der mit unsern gegebenen Gründen bekant ist, bald von selbsten darauf führen. Fig. 73.

Nachdem man mit dem ersten Blatte gänzlich fertig geworden, so wird solches von dem Tische abgeschnitten, ein neues aufgespant, die nächstfolgende Hauptdreiecke samt der Mittagslinie, oder einer Paralele davon wie zuvor aufgetragen, und die Operation weiter fortgesetzet; oder man läst mehrere Mestische zugleich arbeiten, bis man endlich das ganze zuvor trigonometrisch bestimte Netz ausgefüllet hat. Wenn man nun alle volgearbeitete Blätter in eines zusammen setzen wil, so schneidet man an einer Seite eines Dreieckes des ersten Blattes das leere Papier ganz hinweg, an der nehmlichen Seite auf den zweiten Blatte aber läst man einen etwan $\frac{1}{4}$ Zol breiten Rand stehen, und passet oder leimet sie mit Mundleim zusammen; und so verfähret man auch mit den übrigen.

Wil man aber die ganze Operation gleich ins Reine bringen, so träget man die ganze durch die Trigonometrie bestimte Figur nach §. 492. auf daß zubereitete Papier, und kopiret die Ausfüllung, so durch den Mestisch geschehen ist, gehörig hinein.

Ist aber nach dem zweiten Falle die Operation ohne trigonometrisch bestimten Hauptpunkte vorzunehmen, so hat man vor allen eine ebene Gegend auszusuchen, worauf man eine Grundlinie von beträchtlicher Länge richtig ausmessen kan. Nachdem man ihre Länge nach dem angenommenen Maasstabe aufgetragen, so stellet man sich mit dem Tische an das eine Ende derselben; orientirt die Linie auf dem Papier nach der im grossen, visieret nach alle Obiekte die zur Bestimmung der Figur etwas beitragen, oder inskünftige als sichtbare Hauptpunkte dienen können, ziehet die Visierstrahlen mit der Zirkelspitze bis an den Rande des Mestisches, und bemerket sie dadurch, um die Irrung zu vermeiden, mit kenbaren Zeichen. Kan man nach einigen nahe gelegenen Gegenständen messen, so suchet man sie gleich nach §. 498. zu bestimmen. Ist keine Hinternis vorhanden, sich mit dem Mestische irgendswo in die Mitte, oder an das andere Ende der Grundlinie zu stellen, so wird man daselbst viele von den Punkten, nach welchen man schon aus dem vorigen Stande visieret hat, nach §. 499. nach dem ersten Falle durchschneiden und bestimmen können. Lassen aber die Umstände nicht zu, noch einen Stand auf der Grundlinie zu nehmen, so stellet man sich auf einen Punkt, auf den man schon einmal visieret hat, oder wenigstens auf die Visierlinie, und bestimmet denselben §. 496. oder visieret daselbst abermal auf alle vorkommende Gegenstände, schneidet iene ab, auf die man aus dem ersten Stande schon visiert hat, die übrige aber bemerket man indessen, in

der

der Hofnung sie insküntige durchschneiden zu können; und bevor man sich von diesem Stande weg begiebt, so bestimmet man die nahe gelegenen Obiekte ebenfals wieder nach §. 498. Eben so wie man den zweiten Stand erwählet, kan man auch den dritten und die folgende annehmen; oder da man aus den ersten und zweiten schon einige Punkte bestimmet hat, so läst sich ein beliebiger unbekanter nach §. 502. finden, und von selben wieder auf andere Obiekte visieren. Und so fährt man fort, sich so viele Stände auf eine oder die andere Art zu wählen, und so viele Obiekte abzuschneiden, bis man endlich die ganze Figur entworfen hat.

Hat man das erste Blat auf dem Tische vol gearbeitet, und man sol die Operation noch weiter fortsetzen, so kopiret man von der Seite, woran das übrige anschlüssen sol, wenigstens zween oder drei richtig bestimte, und wohl sichtbare Punkte auf das neuaufgespante Papier; stellet sich mit dem Mestische entweder selbst auf dieselbe, oder in einen unbekanten Punkt, von dem man sie sehen kan, schneidet ihn nach §. 495. oder 502. ab, und operiret wie zuvor weiter fort. Sind auf solche Art einige Blätter vol gearbeitet, und sollen nunmehro in eines zusammen gesetzet werden, so schneidet man iene Punkte die von dem vorigen Blatte auf das folgende kopiret worden, und also zweimal erscheinen, von dem einem hinweg, passet und leimet beide Blätter mit Mundleim zusammen, und so verfahret man mit allen übrigen.

Komt man in beiden Fällen an Waldungen und Gebüsche, die man nicht übersehen kan, so sucht man nach einer oder der andern unserer angeführten Aufgaben so viele Punkte an ihrem Umfange zu bestimmen, als zur volkommenen Ausdrückung ihrer äussern Figur

nöh-

nöhtig sind. Gehen Wege durch dieselbe, oder es befinden sich andere bemerkungswürdige Gegenstände darin, die man von aussen nicht sehen kan, so suchet man ihnen nach §. 505. bei zu kommen, und sie auf das Papier zu entwerfen.

Obwohl der Grundris überhaupt betrachtet, nur eine horizontale Fläche vorstellet, so ist doch der mehrern Deutlichkeit wegen allerdings nohtwendig, die vorkommende Anhöhen, Berge, oder andere Abdachungen des Erdreichs durch gewisse straffirte Linien, die sich, nachdem es der Abhang erfodert, etwas krümmen, und von dem höchsten Orte, wo sie am stärken sind, bis an Fus der Anhöhe allezeit schwächer werden, und sich almählig gänzlich verlieren, auszudrucken, wobei man überhaupt zu merken hat, daß die sanfteren Abhänge mit schwächern und weitschichtigern, die steileren aber mit stärkern und engern Linien straffiret werden, damit man durch das blosse Ansehen derselben wenigstens beiläufig erkennen möge, welche Berge beträchtlich höher als andere sind. Weil aber die Figur eines Berges öfters sehr weitläuftig ist, so würde man seine wahre Gestalt und Ausdehnung durch straffiren, das nur nach dem Auge geschiehet, schwerlich kenbar vorstellen können, wenn man auf demselben nicht mehrere Punkte bestimte, und die Straffirung teilweise vornähme. Ueberhaupt erfodert die richtige Ausdrückung der Berge in einem Grundrisse viele Uebung.

Da die Dörfer und Flecken gemeiniglich aus verschiedenen gekrümten Gassen bestehen, in welche man von den aussenher bereits aufgenommenen Punkten meistens nicht sehen, folglich sich daselbst auch nicht abschneiden kan, um einen Stand anzunehmen, so bestimt man vor dem Dorfe einen Punkt, von welchen

man

man in einen Teil der Gassen sehen und visieren kan. Man lässet am Ende der Visierlinie einen Stab einstecken, und ihre Länge ausmessen; fället von derselben rechts und links auf alle vorkommende Veränderungen Perpendikularen, wie bei der Ausmessung der Krümmungen eines Flusses geschieht, und träget sie eben so auf. Dann stellet man sich mit dem Tische in den Ort, wo der Stab gestanden, orientirt denselben nach dem ersten Stande zurück; visieret in die Gasse weiter fort, und verrichtet übrigens wieder das nehmliche, wie in den vorigen Ständen, bis man die Figur aller Gassen entworfen hat. Ist es nöhtig auch das Innere der Häuser, z. B. ihre Höfe, oder einige Hintergebäude auszudrücken, so bemühet man sich von einem Standorte eine Visierlinie durch ein Thor dahin zu ziehen, damit man sich darauf stellen, und alle etwan innen vorkommende Gegenstände nach §. 498. bestimmen könne. Nachdem solchergestalt die Gassen zu Papier gebracht worden, so suchet man auch den äussern Umfang des Dorfes, der meistens aus Gärten bestehet, zu bestimmen, wobei sich überhaupt weniger Schwürigkeit findet, weil man gemeiniglich mehr Aussicht auf die schon bestimte Punkte hat.

§. 510. Wenn eine Stadt oder Festung aufgenommen werden sol, so ist das erste, so dabei vorkomt wiederum die Ausmessung einer proportionirten Grundlinie, von der man alle Thurmspitzen und andere auf mehrern Seiten sichtbare Obiekte abschneiden, und auf dem Tische bestimmen kan. Hat man sich einmal dergleichen Hauptpunkte verschaft, so ist es nicht mehr schwer, so viele wilkührliche Stände nach §. 503. von aussen zu wählen, als man für nöhtig findet, den Umfang der Ringmauern, oder die aus und eingehende

Winkel der Festungswerker zu bestimmen. Obschon die leztere wegen ihrer dicken Anlage, und verschiedenen Abdachungen aus mehrern umschliessenden Linien bestehen, so wird doch gewöhnlicherweise nur die sogenante **Kordonlinie**, oder die Figur des obern Randes der äussern Mauerverkleidung wirklich aufgenommen; die übrigen aber, nachdem man ihre Abstände von iener gemessen, nach Erfodernis entweder aus- oder einwärts derselben getragen, und da sie meistens parallel sind, auch so gezogen, wenn es die Umstände nicht anders erheischen. Eben so verhält man sich bei der Breite der Gräben und des Glacis. Doch erlaubet die Grösse des Maasstabes nicht allemal, alle diese Linien auszudrücken, sondern man begnüget sich die Abdachungen der Mauerverkleidungen nur mit einer einfachen Linie anzuzeigen, und dem übrigen die möglichste Deutlichkeit zu geben. Hat man von aussen alles bestimmet, was zu sehen war, so begiebt man sich auf die Werker selbst, ihre innere Beschaffenheit, die man von aussen nicht entdecken konte, meistens nach §. 498. zu entwerfen.

Nachdem man mit dem äussern Umfange der Stadt, oder mit den Festungswerkern fertig geworden, so verfügt man sich in die Stadt selbst, um auch ihre Gassen, Marktplätze und Häuserinseln anzudeuten. Anfänglich stellet man sich an solche Oerter, wo man zween oder drei der vorausbestimten Hauptpunkte zugleich sehen, und sich nach §. 502. abschneiden kan, und bestimt daselbst alle sichtbare Ecke der Häuserinseln nach §. 498. Sind die Gassen zimlich gerade, so läst man ohngefähr in der Mitte der nächsten Kreuzgassen Stäbe stellen; visieret und messet darauf, trägt diese Linien auf den Mestisch, stellet sich auf die

Stel-

Stelle der Stäbe, visieret auf den vorigen Stand zurück, und auch auf alle daselbst vorkommende Ecke, und bestimmet sie abermal nach §. 498., und so fährt man fort, bis man alle Häuserinseln auf das Papier gebracht hat. Haben aber die Gassen zwischen zween Ständen einige Krümmungen oder andere Vorsprünge, so hat man sich hauptsächlich an das zu halten, was wir von der Aufnehmung der Dörfer erinnert haben. Sind in dem Grundrisse die öffentliche Gebäude, als Kirchen, Klöster, Rahthäuser, Kaserne u. d. g. besonders auszudrücken, wie es meistens gewöhnlich ist, so hält man sich an §. 506.

Nicht selten wird auch von Festungen, die mit Kasematten, Minengallerien und andern unterirdischen Gängen versehen sind, ein besonderer Grundris, den man den unterirdischen (Souterrains-Plan) nennet, gemacht. Man hat sich aber einen solchen Ris so vorzustellen, als ob die ganze Festung in der Höhe der unterirdischen Gemächer mit einer horizontalen Fläche durchschnitten, und der obere Teil hinweg genommen wäre, um die ganze Beschaffenheit des untern sehen zu können. Alles was also daran von dem Hauptumfange noch gesehen werden kan, mus vorhero, ehe man sich an die Einteilung der Gemächer macht, richtig aufgenommen, und auf das Papier gebracht werden. Bei der Bestimmung iener aber hält man sich überhaupt an dasienige, so wir vom Aufnehmen unterirdischer Gänge §. 507. gesaget haben, und in folgenden von dem Grundrisse der innern Abteilung eines Gebäudes noch sagen werden.

§. 511. Was die Grundrisse und Durchschnitte der Gebäude anbetrift, so sind dabei verschiedene Gattungen von Grundrissen im Gebrauche. Die erste und

einfacheste Art ist, wenn nur der Hauptumfang, wie Fig. 71. angedeutet wird; die zwote, wenn nebst dem Hauptumfange auch noch das Dachwerk, wie es von oben anzusehen ist, vorgestellet ist, und die dritte, wenn alle Einteilungen der Gemächer, Mauerdicken, Tühren, Fenster und andere Oefnungen eines ieden Stockwerkes insbesondere zu sehen sind. Bei den beiden leztern mus die erstere Art allemal vorausgehen, das ist, gleich anfangs der Hauptumfang nach §. 506. bestimmet, die Dicke der Hauptmauern, und die Abstände der Fenster und Tühren, nebst ihre Breite ausgemessen und aufgetragen werden.

Ist das Gebäude regelmässig, oder die Scheidemauern treffen perpendikular auf die Hauptmauern, und die Gemächer sind rechtwinkelicht, so hat man nur ihre Länge und Breite, nebst der Scheidmauerdicke zu messen und aufzutragen; machen dieselbe aber schiefe Winkel, so ist man verbunden, nebst den vier Seiten des Gemaches auch noch eine Diagonal zu messen. Sind die Gemächer gewölbet, so wird auch noch die Art des Gewölbes durch punktirte Linien angedeutet; und zwar wird das Tonnengewölbe mit zween auf den Stiernseiten punktirten halben Zirkeln; das Kreuzgewölbe mit zwo Diagonalen, die Gurten mit zwo Parallelen, und das sogenante böhmische Gewölbe mit einem ganzen Zirkel in der Mitte, und mit aus den Ecken bis an demselben gezogenen Diagonalen angezeiget, die Schilder aber werden durch gleichschenklichte Dreiecke, deren Grundlinie der Diameter, die perpendikulare Höhe aber die Länge derselben ist, vorgestellet. Nebst diesen werden noch alle Ausschnitte in den Mauern, als Blindfällen, Kamine, Einheizplätze; die Oefen, die Feuerheerde, Feuermäntel, und bei den Treppen die Staffelbreiten ausgemessen, und zu Papier gebracht.

Eben

Eben wie man den horizontalen Durchschnit oder den Grundris eines Gebäudes ausmesset und darstellet, so kan es auch geschehen, wenn man den Durchschnit vertikal annimt, nur mit dem Unterschiede, daß dieser durch alle Stockwerke zugleich gehet, und man nebst den darin erscheinenden Breiten auch noch die Höhen, die Gewölbbögen, die Beschaffenheit des Dachstuhls auszumessen und anzudeuten hat. Auf eine fast ähnliche Art läst sich auch das äussere Ansehen (Facade) (der Aufzug) eines Gebäudes entwerfen.

Vom Aufnehmen mit Schritten, wenn man mit keinem Instrumente versehen ist.

§. 512. Es ereignet sich sonderlich im Kriege sehr vielfältig, daß die umliegende Gegend, worauf eine Armee stehet, und ihre Bewegungen machet, aufgenommen werden sol. Obwohl nun zwar in solchen Fällen eben nicht allezeit die äusserste Genauigkeit verlanget wird, so darf man doch auch hiebei keine sehr beträchtliche Fehler begehen, wenn man anders von dem entworfenen Risse den verlangten Nutzen erwarten wil. Da man aber in dergleichen Fällen teils nicht allezeit mit den gehörigen Instrumenten versehen ist, teils auch die zur Operation vergönnete Zeit meistens so kurz ist, daß man mit der bishero beschriebenen Aufnehmungsart fast unmöglich zu Stande kommen würde; so wollen wir den Anfängern eine kurze Anleitung geben, wie man sich bei so eilfertigen Gelegenheiten zu verhalten habe, um einen noch zimlich richtigen Grundris zuwege zu bringen.

Ob man schon in dergleichen Fällen öfters ohne Instrument zu arbeiten genöhtiget ist, so kan man nichts

desto weniger die bisher von dem Aufnehmen gegebene Gründe nicht entbehren, und es irren dieienige gar sehr, welche ihre Unwissenheit in der Geometrie durch ihr vermeintes gutes Augenmaas (Coup d'oeil), auf welches sie sich so viel einbilden, ersetzen zu können, glauben.

Wenn wir vom Aufnehmen ohne Instrumente reden, so verstehen wir zwar nur die sonst gewöhnliche, nehmlich das Astrolabe, den Mestisch, das Dioptern-lineal, den Kompas, und die Meskette. Es wird aber dennoch erlaubt sein, nachstehende aller Orten leicht zu habende, und ohne Beschwerlichkeit bei sich zu führende Stücke dabei zu gebrauchen. Nehmlich:

1. Ein Stück vom glatten Pappendeckel, das Zeichenpapier darauf zu legen; 2. einen Handzirkel; 3. ein gewöhnliches Lineal; 4. einen Transporteur; 5. eine kleine Sehnentafel in dem Schreibbüchel, so die Winkel wenigstens von Halben- oder Viertelgraden enthält; 6. drei gerade Stäbe wie A, B und C, die etwan 3 oder 4 Schuh lang, und ein $\frac{1}{2}$ Zol dick sein können; 7. eine etwan 3 Klafter lange Schnur, die sich nicht sehr dehnet, und an deren einem Ende der Stabe A, eine Klafter davon der Stab B, um eben so viel weiter der Stab C befestiget, die dritte Klafter D aber in hundert, oder in so viel gleiche Teile als die Sehne von 60 Graden in der Tabelle enthält, geteilet ist.

Fig. 74.

Mit allen diesen Versehen, begiebet man sich in die aufzunehmende Gegend in einen beliebigen Punkt E, von dem man mehrere andere merkwürdige sehen kan; steckt den mitlern Stab B daselbst perpendikular in die Erde; spannet die Schnur mit dem ersten Stabe A an, richtet denselben so lange, bis er mit dem in E

und

und einem beliebigen Obiekt F in gerader Linie ist, und stecket ihn in L in die Erde. Ferner spannet man die Schnur mit dem dritten Stabe C, stecket denselben ebensals senkrecht und dergestalt in I, daß er mit dem in E und einem andern Obiekte O in gerader Linie sei. Endlich messet man mit dem Ueberreste der Schnure D den Abstand der Stäbe I und L, und merket solchen indessen auf. Eben so verfähret man, wenn noch mehrere Obiekte vorhanden sind.

Hierauf begiebt man sich in F, stellet den mittlern Stab B dahin, die andern zween in G und H mit der vorigen Vorsicht; messet die Sehne GH, merket sie ebenfals auf, und so verhält man sich mit den übrigen.

Ist die Entfernung EF, EO, oder eines andern durchschnittenen Gegenstandes zimlich eben und ohne Hinternis, so schreitet man sie so genau als möglich ab, träget ihre Länge nach dem angenommenen verjüngten Maasstabe, und auch die Winkel, deren Sehnen man gemessen hat, und deren Grade man in der Tafel findet, in der Ordnung, wie sie aufeinander folgen, zu Papier. Kan man aber von diesen Linien noch keine abschreiten, so nimt man EF indessen wilkührlich auf dem Papier an, und träget an ihr die Winkel auf. Ihre wahre Grösse wird man aber erst alsdann bestimmen können, wenn man in der Folge Gelegenheit hat, eine mit dieser Figur unmittelbar verbundene Linie wirklich mit Schritten auszumessen, und nach derselben den Maasstab zu machen.

Je mehr man in der aufzunehmenden Gegend solche Hauptpunkte zu bestimmen Zeit und Gelegenheit hat, ie richtiger und leichter wird sich das übrige teils durch wirkliches Abschreiten, teils durch das Augenmaas ent-

werfen lassen, und wenigstens wird man keine so grobe Fehler mehr begehen können, als wenn man alles durch das leztere bestimmen wolte. Wenn man aber in dieser Art aufzunehmen die erfoderliche Fertigkeit hoffen wil, so hat man sich vor allen die oben weitläuftig erklärten Gründe eigen zu machen, und sich öfters darin zu üben.

Vierter Abschnit.

Vom Nivelliren.

Erstes Hauptstück.

Von den Gründen des Nivellirens.

Erklärung.

§. 513.

Nivelliren (Abwägen) heist durch einen im scheinbaren Horizonte gerichteten Visierstrahl untersuchen, um wieviel ein Ort mehr oder weniger vom Mittelpunkte der Erde entfernet ist, als ein anderer; oder wieviel ihr Höhenunterschied betraget. Das

Instrument, wodurch man den im scheinbaren Horizonte stehenden Visierstrahl zuwege bringt, oder womit man nach den zu nivellirenden Obiekten visieret, wird eine **Nivellir- oder Wasserwage** genennet.

Die Anfänger haben dasienige, was wir §. 447. bis 456. als wir von Berichtigung der Instrumenten zum Winkelmessen handelten, von dem wahren und scheinbaren Horizonte und von ihrem Unterschiede gelehret haben, hier wieder besonders in das Gedächtnis zu bringen, weil der Grund des Nivellirens darin enthalten ist.

Lehrsatz.

§. 514. Wenn von einem Punkte A auf zwei gleichweit entfernte Obiekte G und I, zween in einerlei scheinbaren Horizonte befindliche Visierstrahlen AD und AF gerichtet werden, so ist die grössere Höhe FI des einen Visierstrahls über das Obiekt weniger der kleinern Höhe DG des andern gleich dem Höhenunterschiede beider Obiekte, d. i. Fig. 75.

$$FI - DG = PI.$$

Beweis: Weil AD = AF vermöge der Bedingung, so ist auch der Unterschied des scheinbaren und wahren Horizonts in diesen Entfernungen gleich, d. i. DH = FL. Bilden wir uns nun ein, daß zu dem wahren Horizonte HAL ein paralleler Bogen GP,

gezogen sei, so ist auch HG = LP, und folglich DG = FP, aber FI — FP = PI,
also ist auch FI — DG = PI.

Zusatz.

§. 515. Wenn auch gleich zween Visierstrahlen OD und OF auf zwei gleichweit entfernte Obiekten nicht selbst im scheinbaren Horizonte stehen, sondern nur beiderseits mit demselben gleiche Winkel machen, und folglich bei beiden Obiekten um eben so viel höher oder niedriger, als der scheinbare Horizont des Punkts O stehen, so ist doch noch

FI — DG = PI.

Lehrsatz.

§. 516. Wenn von einem Punkte A gegen zwei in ungleicher Entfernung liegende Obiekte G und N, zween in einerlei scheinbaren Horizonte befindliche Visierstrahlen AD und AB gerichtet werden, so erhält man den Höhenunterschied beider Obiekte, wenn man von der grössern Höhe BN, des einen Visierstrahls seinen Unterschied des wahren und scheinbaren Horizonts, samt der kleinern Höhe des andern Visierstrahls DG abziehet, und den Unterschied des wahren und scheinbaren Horizont des leztern DH dazu addiret; oder auch: der wahre Höhenunterschied beider Gegen-

genstände bestehet aus ihrem scheinbaren Unterschiede weniger oder mehr dem Unterschiede ihrer scheinbaren Horizonte, d. i.

$$BN - BM - DG + DH = SN.$$

Beweis: Man stelle sich vor, daß zu dem wahren Horizonte HAM parallele Bögen GS und RN gezogen wären, so ist

$$SN = BN - BM - MS.$$

Nun ist $MS = HG = DG - DH.$

Also ist $SN = BN - BM - DG + DH,$

oder $SN = BN - DG - (BM - DH).$

$+ (DH - BM).$

Wir haben schon §. 467. gesagt, daß die Strahlenbrechung in der Luft entfernte Gegenstände höher erscheinen mache, als sie an sich sind; gleich wie nun dadurch die Höhenwinkel grösser beobachtet werden, eben so geschiehet es auch beim Nivelliren, daß der Punkt, worauf der Visierstrahl trift, höher erscheinet, als er wirklich stehet, und folglich die Höhe desselben über das Obiekt selbst grösser vorkomt, als sie an sich ist. Diese Erhöhung ist zwar bei gleichen Entfernungen der Gegenstände einer richtigen Nivellirung unschädlich, weil sie im solchen Falle beiderseits gleich viel beträget; wenn aber die zu nivellirende Obiekte in ungleicher Weite von dem Beobachter entfernet sind, und ihre Entfernung so beträchtlich ist, daß die von der Strahlenbrechung herrührende Erhöhung merklich wird, so mus sie von den gefundenen Höhen der Visierstrahle über die Obiekte zuvor abgezogen werden, bevor man sie voneinander abziehet.

Zum

Zum Glücke und zu grosser Bequemlichkeit darf diese Verbesserung nur bei grössern Entfernungen vorgenommen werden, weil sie in kleinen unmerklich ist; die Beschaffenheit der Gegenden erlaubet aber sehr selten, beim Nivelliren so grosse Entfernungen anzunehmen.

Aus nachstehender Tafel kan man den Betrag der Strahlenbrechung für einige Entfernungen sehen; für andere aber leicht berechnen, wenn man setzet: wie sich der Sinus totus zur Tangente des Refraktionswinkels verhält, so verhält sich auch die Entfernung des Obiekts zu der von der Refraktion herrührenden Erhöhung.

Tafel

Der Erhöhung der Obiekte durch die Refraktion, für verschiedene Entfernungen.

Entfernung.	Erhöhung.	
Klafter.	Zolle.	Linien.
264	0	1
374	0	2
458	0	3
529	0	4
590	0	5
648	0	6
700	0	7
749	0	8
800	0	9
837	0	10
890	0	11
917	1	0
1144	1	6
1297	2	0

Zweites Hauptstück.

Von Nivellirinstrumenten.

§. 517.

Um iedesmal einen scheinbar horizontalen Visierstrahl, wie beim Nivelliren nöhtig ist, zu erhalten, hat man verschiedene Werkzeuge erdacht. Einige derselben sind sehr einfach und bequem, reichen aber nur bei kleinern Nivelliroperationen, oder solchen, bei denen eben nicht die äusserste Richtigkeit verlanget wird, zu; andere aber sind mit mehr Mühe und Kunst zusammen gesezt, und wenn sie recht angeordnet werden, so können sie auch bei den weitläuftigsten und genauesten Operationen mit Vorteil gebraucht werden.

Die einfacheste Nivellirwage ist die sogenante **Wasserwage.** Sie bestehet aus einem Rohre vom verzinten Eisen oder vom Messingblech, dessen beide Ende aufwerts gekrümmet sind, und in deren iedem ein gläserner Cylinder eingekütet wird. In der Mitte der untern Seite des Rohres ist ein Stengel wie an einem Mestischblat angelötet, um die Wasserwage auf einen gewöhnlichen Mestischfus stellen, und darauf herumdrehen zu können. Wil man sich aber an dessen staat nur eines einfachen unten mit einer guten Spitze versehenen Fusses bedienen, so wird anstaat des Stengels ein ungefähr 5 Zol langer, $1\frac{1}{4}$ Zol weiter und etwas konisch zu lauffender

blech-

blechener Hals oder Hülse angelötet, so man auf obgedachten Fus stecken, und herumdrehen kan.

Wenn man nun das Rohr mit Wasser anfüllet, so kommen die beiden Oberflächen desselben, die man in den gläsernen Cylindern siehet, vermöge hydrostatischen Grundsätzen, so bald sie ruhig werden, iedesmal in einerlei Horizont; und visieret man über diese Flächen hin, so ist auch der Visierstrahl eine scheinbare Horizontallinie. Aus dieser Ursache hat man bei diesem Instrumente keine weitere Berichtigung nöhtig, sondern bei dem Gebrauche nur darauf zu sehen, daß sich bei dem Eingiessen des Wassers keine Luftblasen verschlagen; und wenn man auf einem Stande die Operation einmal angefangen hat, daß während derselben kein Wasser weder davon verlohren gehe, noch eines zugefüllet werde. Bevor man aber auf einem neuen Stande die Operation anfängt, kan beides ohne Besorgnis geschehen.

So vorteilhaft und bequem auch sonsten dieses Instrument an sich wäre, so hat es doch zween Hauptfehler. Der erste ist, daß der geringste Wind die Wasserflächen unstätig macht, und die Nivellirung verhindert; der zweite aber, daß man auf grössere Entfernungen, als etwan auf 20 Klafter, nicht mehr scharf genug visieren kan. Derowegen läst sich dieses Instrument nur bei volkommener Windstille, und in kleinen Entfernungen gebrauchen, wenn man noch einige Richtigkeit hoffen wil.

Da der vorteilhafte Gebrauch der gleich beschriebenen Wasserwage sehr eingeschränket ist, so ist man bedacht gewesen, eine Nivellirwage zu erfinden, so den bemerkten Fehlern weniger unterworfen sein möchte. Um demnach auf grössere Entfernungen schärfer visieren

zu können, so hat man sogleich seine Zuflucht zu einem Fernrohr genommen, das in dem gemeinschaftlichen Brenpunkte seiner Gläser mit Kreuzfäden versehen, und übrigens so eingerichtet ist, wie wir bei den Instrumenten zum Winkelmessen erinnert haben. Um aber den Visierstrahl allemal in scheinbaren Horizonte zu stellen, hat man sich verschiedener Mittel bedienet. Z. B. Zugen befestigte das Fernrohr an eine Art von einem Kreuze dergestalt, daß er dasselbe daran doch ein wenig verschrauben konte. Um aber den Visierstrahl in den scheinbaren Horizont zu bringen, hängete er das Kreuz bei dem obern Teile frei auf, an den untern aber ein beträchtliches Gewicht, und lies in dieser Stellung den Visierstrahl an einer in beliebiger Entfernung perpendikular gestelten Latten bemerken; alsdann verkehrete er das Kreuz, und hängete das Gewicht an den nun unten befindlichen Teile; und in dieser Stellung lies er den Visierstrahl abermal an der vorigen Latte anmerken. Hierauf halbirte er den Höhenunterschied beider Visierstrahlen, und schraubete das Fernrohr an dem Querarme des Kreuzes so lange, bis dessen Visierstrahl genau in die Mitte der zween vorigen an der Latte traf. Dadurch wurde nun der neue Visierstrahl um eben so viel höher, als der erste zu tief stand, und um eben so viel niedriger, als der zweite zu hoch war, und folglich in den scheinbaren Horizont gebracht, und dieses wurde allemal bei Aufhängung des Instruments so lange erhalten, als keine Verrückung an den Teilen des Fernrohrs erfolgte.

Pickard bediente sich eines aus Messingblech zusammen gesezten hohlen Kreuzes, in dessen Querstück er das Fernrohr, in dem andern aber einen langen und sehr feinen Perpendikel anbrachte, welcher leztere bei

der

der geringsten Senkung oder Erhöhung des Kreuzes aus seiner vorigen Stelle gebracht wurde. Die Berichtigungsart, so er vorschreibt, um sich zu versichern, daß der Visierstrahl alsdann im scheinbaren Horizonte stehe, wenn der Perpendikel eine gewisse Stelle einnimt, scheint etwas weitläuftig zu sein; man kan sich aber hiezu eben derselben Art bedienen, die wir bei den Instrumenten zum Winkelmessen §. 455. angegeben haben.

An beiden Nivellirinstrumenten ist zwar dem an der zuerst beschriebenen Wasserwage angezeigten Fehler, wegen dem schärfern und weitern Visieren abgeholfen; ausserdem aber, daß sie im Gebrauche unbequem sind, so kan man auch mit ihnen bei etwas starken Winde, wegen den Schwankungen des frei hängenden Hugenischen, und dem sehr beweglichen Perpendikel des Pickardischen, (so gut er auch eingeschlossen ist) doch nicht volkommen wohl zu rechte kommen.

Mit weit mehr Vorteil und Bequemlichkeit, und wenigstens mit eben der Richtigkeit, die man mit beiden obbeschriebenen Instrumenten zu erhalten hoffen kan, läst sich die sogenante Wage mit der Luftblase zum Nivelliren gebrauchen. Wir haben schon oben §. 443. gesagt, daß sie aus einem gläsernen Rohre AB, welches mit Weingeist bis auf eine Luftblase CD gefüllet, und an beiden Enden hermetisch zugeschmolzen ist, bestehe, und die Eigenschaft habe, daß die Luftblase in gleichen Lagen oder Neigungen des Rohrs allemal genau wieder die nehmliche Stelle einnimt, bei der geringsten Veränderung derselben aber sogleich davon abweichet. Fig. 76.

Wenn man also ein mit Kreuzfäden versehenes Fernrohr, oder auch ein Lineal, dessen Diopternfäden

und Spalte anstaat sonsten vertikal, nunmehro Horizontal eingerichtet sind, durch was immer für ein Mittel in den scheinbaren Horizont stellet, und eine solche Wage mit der Luftblase dergestalt daran befestiget, daß die Luftblase in der Mitte derselben zu stehen komme, so wird der Visierstrahl desselben allemal wieder in dem scheinbaren Horizont gebracht werden können, wenn man die Luftblase durch die Bewegung des Fernrohrs, oder Lineals samt der Wage in die vorige Stelle bringt; und man hat dabei noch den besondern Vorteil, daß kein Wind, so heftig er auch sein mag, die Blase, da sie volkommen eingeschlossen ist, ihre Stelle zu nehmen verhindern oder irre führen kan; wie man bei dem Perpendikel der Pickardischen, und bei den offenen Wasserflächen der sonst gewöhnlichen Wasserwage mit vielen Verdrusse und Zeitverlust öfters erfährt. Zu geschweigen, daß die ganze Bauart eines solchen Instruments viel bequemer, als bei allen bisher bekanten eingerichtet werden kan.

Damit aber diese hydrostatische Wage ihre volkommene Wirkung so viel möglich machen könne, so mus sie hauptsächlich folgende Eigenschaften haben:

1. Mus das gläserne Rohr nicht zu enge, und niemals unter einen halben Zol Durchmesser sein; weil die Anziehungskraft des Glases der Bewegung der Blase in einem engen Rohre mehr hinterlich ist, als in einem weitern.

2. Mus es durchaus eine gleiche Weite haben, damit sich die Luftblase bei Veränderung der Wärme zu beiden Seiten gleichviel ausdehnen oder zusammen ziehen könne.

3. Mus sie auf das volkommenste gerade sein, oder wenigstens mus die innere Seite, woran die Blase spielet, nicht die mindeste Krümmung haben, weil die Blase widrigenfals bald auf, bald absteigen müste, und im ersten Falle zu faul, im andern aber gar zu leicht beweglich sein würde.

4. Mus man zu Füllung des Rohrs den reinsten Weingeist, ohne ihm eine Farbe zu geben, nehmen, weil er sonsten mit der Zeit leicht zähe wird, und die leichte Bewegung der Blase hindert.

5. Die Länge der Blase mus sich beiläuffig nach der Länge des Rohrs richten, und niemals viel länger als die Hälfte desselben sein; wobei noch überhaupt zu merken, daß ie länger die Blase ist, ie empfindlicher und beweglicher ist sie auch.

Um zu erfahren ob die Glasröhre durchaus von gleicher Weite sei, so stopfet man sie mit einem eben abgeschnittenen Stöpsel an einem Ende zu; füllet sie etwan $\frac{1}{2}$ Zol hoch mit Queckfielber, stopfet auch das andere Ende eben so zu, und kehret das Rohr um, damit das Queckfielber auf den andern Stöpsel zu stehen komme. findet man nun die Höhe desselben an diesem Ende genau wieder die nehmliche wie an dem andern, so sind beide angefülte Teile des Rohres in gleicher Weite. Um sich von den übrigen Teilen gleichfals zu versichern, so füllet man das Rohr nach und nach höher mit Queckfielber an, und verfähret wie zuvor.

Um zu wissen, ob das Rohr, oder wenigstens die innere Seite, woran sich die Blase bewegen sol, volkommen gerade sei, so füllet man dasselbe mit Weingeist bis auf eine Luftblase von der begehrten Länge; schliesset beide Ende indessen mit Kork oder Wachs wohl zu, leget es auf eine Leiste FG von Holz, die an einem Fig. 76.

Ende F, mittelst einer zarten Schraube ganz sanft erhöhet und gesenket werden kan, damit die Blase hin- und her spiele. Ist nun die Bewegung derselben bei gleich geschwinder Umdrehung der Schraube zimlich gleichförmig, und kan man sie in allen Stellungen zum stil stehen bringen, so ist auch die innere Seite des Rohres gerade; im entgegen gesezten Falle aber krum, und mus entweder gar verworfen werden, oder, wenn die Krümme nicht viel beträget, mit einem kupfernen Cylinder, dessen Diameter etwan um eine Linie kleiner als die Höhlung des Rohres ist, wenigstens auf der Seite wo die Blase spielet, gerade geschlieffen werden.

Da übrigens die Luftblase in der Wärme wegen der mehrern Ausdehnung des Weingeistes kürzer, in der Kälte aber wegen der Zusammenziehung desselben länger wird, dieses aber zu beiden Seiten wenn anders das Rohr gleichweit ist, gleichviel geschiehet, so ist, um die Blase bei verschiedener Witterung wieder in ihre wahre Stelle zu bringen, erfoderlich, daß ihre verlängerte oder verkürzte Ende iedesmal gleichweit von den zween Punkten C und D, worauf sie einmal gerichtet worden, abstehe.

Die Zusammensetzung einer Nivellirwage, so mit einer solchen Glasröhre mit der Luftblase versehen sein sol, kan nach den besondern Absichten, die man etwan dabei haben mag, auf verschiedene Art eingerichtet, und dazu entweder Dioptern, oder wenn man wil schärfer visieren, ein Fernrohr angebracht wer-
Fig. 77. den. Dieienige so Fig. 77. von der Seite, und Fig.
und 78. 78. von vorne anzusehen vorgestellet ist, ist nicht allein im Gebrauche bequem, sondern auch nicht sehr kostbar, und doch im Stande in allen Fällen die verlangte Dienste zu leisten. Sie bestehet hauptsächlich in folgenden:

Ein

Ein Stück hartes Holz AB das bei O ein viereckigtes, bei C aber ein rundes Loch mit einer Schraubenmutter von Messing hat, wird auf einen gewöhnlichen Mestischfus EF geleget. Durch das Loch O und zugleich durch den Fus stecket man den messingen Stengel OD, der oben bei M die Gestalt eines Gewindes von einem starken Zirkelkopfe, unter demselben aber eine viereckigte Platte mn hat, und so weit er durch das Holz AB gehet, viereckigt, an dem übrigen Teile aber rund, und am Ende D mit einem Schraubengewinde versehen ist.

An dem obern Teile des Gewindes M befinden sich zwo Lappen, zwischen welche eine steife eiserne Stange GH bei sr fest geschraubet wird. An ihren beiden Enden aber sind zween Kloben I und L, welche von vorne wie VN aussehen, befestiget.

Das fernrohr PQ bestehet aus einem langen Rohre von Messing oder Eisenblech, welches in die beide Kloben I und L geleget, und darin nur leicht befestiget wird, damit man es herumdrehen, und wenn etwan das ganze Instrument wegen Ungleichheit des Bodens etwas rechts oder links abhängete, die Fäden wieder gerad stellen könne. An dem vordern Ende Q des Rohres befindet sich das Obiektivglas, an dem hintern P aber das Okularglas in einem kurzen Rohre gefast, welches leztere man nach Erfodernis etwas herausziehen oder hineinschieben kan; beide aber stehen voneinander so weit ab, daß ihre Brenpunkte in einen gemeinschaftlichen Punkt R, worin die Kreuzfäden gestellet sind, zusammen treffen.

Oben an dem Rohre werden zwei Stücke von Messing S, T fest gelötet, und die Glasröhre, welche etwan wie die Zeichnung weiset, in Messing gefast sein

kan, darauf geschraubet. Mittelst der Schraube Y läst sich die Glasröhre etwas erhöhen oder erniedrigen, damit man die Luftblase damals in die Mitte bringen könne, wenn der Visierstrahl bei der Rektifikation horizontal gestellet worden. Derowegen dieselbe auch die Rektificierschraube genant wird.

Die lange Schraube U, so durch die im Holze versenkte Mutter C gehet, und oben an die Eisenstange in ein etwas weniges eingesenktes Loch stosset, dienet, das Fernrohr samt der Glasröhre so weit zu erhöhen, oder zu erniedrigen, bis die Luftblase iene Stelle einnimt, auf die sie bei der Berichtigung des Instruments gestanden, und folglich bis der Visierstrahl horizontal ist.

Die Berichtigung dieses Instruments geschieht gänzlich auf eben die Art, wie wir §. 455. von den Instrumenten zum Winkelmessen gesagt haben, und wie sie in der 15. Figur vorgestellet ist.

Da aber diese Berichtigung doch einige Zeit erfodert, und ungelegen sein kan, so hat der gelehrte Abt Liesganig ein besonderes Fernrohr erdacht, durch welches man die Berichtigung einer solchen Nivellirwage sogleich auf ieder Stelle, und ohne vielen Zeitverlust vornehmen kan. Die Einrichtung desselben bestehet aber hauptsächtlich in folgenden:

Fig. 79. Ein Obiektivglas A und ein Okularglas F werden dergestalt in ein Rohr gerichtet, daß ihre Brenpunkte in einen gemeinen Punkt D, worin ein Kreuzfaden stehet, zusammen treffen, und zwischen D und F iedoch so nahe bei F, als sich wegen der Einfassung nur thun läst, stellet man ein zweites Obiektivglas B, so mit dem vorigen volkommen gleich ist; in seinen Brenpunkte C aber, noch einen Kreuzfaden. Siehet man nun bei dem Okularglase F hinein, so wird man den Kreuzfa-

faden D und das Obiekt, worauf das Fernrohr gerichtet ist, volkommen deutlich, den Kreuzfaden C aber gar nicht erblicken. Ziehet man alsdenn das in einem besondern kurzen Rohre gefaste Okularglase heraus, und schiebet es bei E wie zuvor, in das lange Rohr, so wird man beim Durchsehen auf dieser Seite den Kreuzfaden C, nebst dem Obiekt worauf das Fernrohr gerichtet ist, wie auf der andern sehen, und folglich sich dieses Fernrohrs zu beiden Seiten bedienen können.

Weil aber dieses Fernrohr zu beiden Seiten einerlei Achse GH haben mus, d. i. so wohl die Brenpunkte DC der Gläser, als auch die Durchschnitte der Kreuzfäden auf einer Linie GH stehen müssen, um zu beiden Seiten einerlei Visierstrahl zu erhalten, dieses aber so gerade zu auch durch den geschicktesten Künstler niemals volkommen bewerkstelliget werden kan, so mus iedes insbesondere etwas weniges so wohl auf und ab, als rechts und links verschoben werden können. Aus dieser Ursache mus das Obiektiv B und der Kreuzfaden D in ein Gehäuse K, die bei A und C aber in ein gleiches X, deren Durchschnitte und innere Beschaffenheit bei Z und V etwas vergrössert zu sehen, gefasset, und mit obgedachten Verschiebungen versehen werden.

Wenn man nun bei dieser Einrichtung so wohl die Gläser als auch die Kreuzfäden in einerlei Achse bringen wil, so leget man das Fernrohr in die zween Kloben I und L Fig. 77., und richtet es nach einem beliebigen Gegenstande oder Punkte, und indem man das Rohr auf den Kloben ganz herumdrehet, beobachtet man, ob der Durchschnit der Fäden von dem Gegenstande abweiche, und gleichsam in einem Kreise herumlaufe, oder nicht. Ist das erstere, wie sich meistens ereignet, so schraubet man den Kreuzfaden D und

das Objektivglas A, mittelst der an die Gehäusen angebrachten Schrauben so lange in die Höhe oder in die Tiefe, rechts oder links, bis die Fäden beim herumdrehen des Rohrs nicht mehr von dem Objekte abweichen. Hierauf verkehret man das Rohr in den Kloben, so daß das eine Ende A in den Kloben I, das andere B aber in den Kloben L zu liegen komme, und nach dem man das Okularglas bei A eingeschoben hat, visieret man auf dieser Seite abermals nach dem Objekte und verfähret übrigens wie zuvor, so wird man so wohl die Objektivgläser, als auch die Kreuzfäden auf einerlei Achse bringen, oder der Visierstrahl wird zu beiden Seiten nur eine Linie machen.

Wendet man nun obbeschriebenes Fernrohr zu einem Nivellirinstrumente an, und befestiget oben auf eine Wasserwage mit der Luftblase, wie in der 77sten Figur, so kan man dasselbe auf ieder Stelle, und ohne viele Umstände wie folget berichtigen.

Fig. 80. 1. Stellet euch in D in beliebiger Entfernung von einer Latte AB; beweget das Fernrohr durch die lange Schraube so lange bis die Luftblase in der Mitte ihre gehöre Stelle einnimt, und in dieser Stellung visieret nach der Latte, und lasset den Visierstrahl, von dem wir annehmen, daß er zu hoch gehe, in A anmerken.

2. Drehet das ganze Instrument auf seinem Fusse herum, so daß das andere Ende des Rohrs zu eurem Auge komme, und stecket daselbst das Okularglas hinein; richtet die Luftblase vermittelst der langen Schraube wieder in die vorige Stelle, visieret wieder gegen die Latte, und lasset den Visierstrahl, der nun um eben so viel zu tief gehet, als er zuvor zu hoch war, in B anmerken.

3. Teilet AB in C in zween gleiche Teile, und richtet das Fernrohr ohne auf die Luftblase acht zu haben auf C, so ist der Visierstrahl im Horizonte. Beweget hierauf die Rektificierschraube der Wasserwage so lange, bis die Luftblase ihre gehörige Stelle in der Mitte einnimt, so wird der Visierstrahl allemal wieder im Horizonte zu stehen kommen, so oft man die Blase durch die lange Schraube in ihre Stelle bringt, und dieses wird so lange erfolgen, als weder in den Obiektivgläsern, noch an den Kreuzfäden, noch an der Rektificierschraube eine Verrückung vorgehet.

Wir haben von den sogenanten Nivellirlatten, woran man nehmlich den Visierstrahl bemerket, schon verschiedenemale Erwehnung gemacht, es ist daher nohtwendig, die Einrichtung derselben etwas näher zu erklären, denn ob zwar solche zum wesentlichen eben nichts sonderliches beiträgt, so kan doch eine für der andern vorteilhafter sein. Die Bequemlichkeit der nachstehenden wird durch die Erfahrung bestättiget.

AB ist eine gerade Latte von 10 oder 12 Schuh lang, in deren Mitte eine Nuht ausgehöhlet ist, wie aus ihrem horizontalen Durchschnitte F zu ersehen ist, und deren ganze Länge in Schuhe, Zolle und Linien eingeteilet wird. In die Nuht wird ein Stab von eben der Figur, und etwan von der halben Länge der Latte eingeschoben; an dessen einem Ende C ist ein Knopf, um solchen bequemer anfassen, und in der Nuht auf- und abschieben, in G aber eine Stelschraube, um ihn in allen Stellen fest machen zu können. An dem andern Ende D ist ein kleines viereckigtes und weis bemahltes Bret von Holz oder von steifen Bleche befestiget, das in der Mitte mit irgend einem schwarzen Zeichen, so geschickt ist durch den Visierstrahl scharf abge- Fig. 81.

schnitten zu werden, als einem Zielpunkte versehen ist; wozu sich entweder ein schwarzes Kreuz, oder ein runder sichtbarer Punkt am besten schicket. Gehet der Visierstrahl des Instruments oben über die ganze Latte hinweg, so kan man das Bret mit dem Stabe noch einige Schuhe darüber wie in H erhöhen, um den Visierstrahl zu fassen. Trift er aber auf der untern Hälfte der Latte auf, so kehret man den obern Teil A zu Boden, und den untern B in die Höhe, um das Bret z. B. bis in I senken zu können. In beiden Fällen aber wird die Höhe des Visierstrahls von Boden an, nur bis an die untere Seite des Brettes gezählet. Denn da der Zielpunkt genau in der Mitte des Brettes ist, so wird allemal um die halbe Höhe desselben zu wenig oder zuviel genommen, und ist dahero eben so wenig ein Fehler zubesorgen, als ob man die Höhe bis an den Zielpunkt selbst gerechnet hätte.

Drit-

Drittes Hauptstück.

Von wirklichen Nivellirungen.

Aufgabe.

§. 518.

Den Höhenunterschied zwener Punkte A und B durch Nivelliren zu finden, wenn man mit dem irgendswo dazwischen gestelten Instrumente C noch nach beiden visieren kan. Fig. 82.

Erster Fal.

Wenn die Entfernung beider Punkte vom Instrumente so gros ist, daß der Unterschied des scheinbaren, und wahren Horizonts noch unmerklich wird; oder wenn derselbe auch schon beträchtlich würde, man sich aber doch mit dem Instrumente in gleicher Weite von A und B stellen kan.

Auflösung: 1. Ist die Entfernung beider Punkte nicht beträchtlich, so stellet euch mit dem Instrumente zwischen denselben nach Belieben, im Gegenteile aber in gleicher Weite von ihnen in C, in A und B aber lasset durch zween Gehülfen Nivellirlatten stellen.

2.

2. Richtet den Visierstrahl des Instruments horizontal, visieret nach der Latte A; gebet dem Gehülfen durch Zeichen zu verstehen, wie er das Bret an der Latte verschieben solle, damit der Visierstrahl den darauf befindlichen Zielpunkt genau durchschneide, und lasset ihn alsdenn die Höhe des Visierstrahls, nehmlich von Boden bis an die untere Seite des Brettes an der Latte abzählen und aufmerken. Das nehmliche verrichtet auch gegen die andere Latte B.

3. Ziehet die kleinere Höhe AD von der grössern BE ab, so ist der Ueberrest der Unterschied, um welchen A höher ist als B §. 514.

Wenn ihr euch genau in die Mitte zwischen beide Punkte stellen könnet, so habet ihr euch weder um die Rektificirung der Nivellirwage, noch um die Strahlenbrechung, noch auch um den Unterschied des scheinbaren Horizontes von dem wahren im geringsten zu bekümmern.

Zweiter Fal.

Fig. 83. Wenn ihr euch mit dem Instrumente nicht in die Mitte zwischen beide Punkte A und B stellen könnet, und der Unterschied des scheinbaren und wahren Horizonts beträchtlich ist.

Auflösung: 1. Nachdem ihr euch von beiden Punkten A und B in ungleicher Weite

in

in C stellen müssen, so verfahret mit dem visieren und anmerken der Höhen wie zuvor.

2. Messet die Abstände beider Punkte von eurem Standorte wenigstens beiläufig aus; sehet in der Tabelle nach, wieviel der Unterschied des scheinbaren und wahren Horizonts für diese Entfernungen betrage, und ziehet ihn von den gefundenen Höhen ab, dann aber subtrahiret erst die kleinere Höhe von der grössern, um den Höhenunterschied zu erhalten §. 516.

Beispiel.

Gefundene Höhen. { EB = 7′, 9″, 8‴. DA = 3, 5, 3.
Entfernung. { CE = 197°. CD = 87.

Folglich ist die Erhöhung des scheinbaren Horizonts für die erste = EG = 0′, 0″, 5‴.
zweite = DF = 0, 0, 1.

EB = 7′, 9″, 8‴. DA = 3′, 5″, 3‴.
EG = 0, 0, 5. DF = 0, 0, 1.

GB = 7, 9, 3. FA = 3, 5, 2.

GB = 7′, 9″, 3‴
FA = 3, 5, 2

Höhenunterschied 4, 4, 1.

Sind die Entfernungen so gros, daß auch die Strahlenbrechung beträchtlich wird, so mus auch sie nebst dem Unterschiede des scheinbaren und wahren Horizonts von den beobachteten Höhen abgezogen werden, bevor man sie voneinander abziehet. Man siehet übrigens, daß es in mehr als einer Rücksicht

bequemer und sicherer sei, wenn man sich sonderlich bei etwas grössern Entfernungen immer bei nahe in gleicher Weite von den zu nivellirenden Punkten zu stellen suchet.

Man pflegét dieses die **einfache Nivellirung** zu nennen, wo man den gesuchten Höhenunterschied aus einem einzigen Stande finden kan; wenn aber die Entfernung der Punkte so gros ist, daß man nach und nach mehrere Stände zu erwählen gezwungen wird, so entstehet daraus die **zusammengesezte Nivellirung**.

Aufgabe.

Fig. 84. §. 519. Den Höhenunterschied zwener Punkte A und B zu finden, die so weit voneinander liegen, daß man aus einem Zwischenstande allein nicht nach ihnen sehen kan, oder die zusammen gesezte Nivellirung zu verrichten.

Auflösung.

Erste Art. 1. Lasset eine Latte in A, die andere aber in N so weit von der ersten stellen, daß der Visierstrahl des beiläuffig in der Mitte bei N. 1. stehenden Instruments, wenn der Boden steiget, nicht in die Erde, wenn er aber fält, nicht zu hoch über die Latte gehe, oder wenn auf zimlich ebenen Boden beides nicht zu besorgen wäre, daß ihr doch noch scharf genug visieren könnet.

2. Richtet den Visierstrahl horizontal; visieret nach beiden Latten, und lasset die Höhen AC, und ND des Visierstrahls an denselben abzählen; teilet ein Papier in zwo Reihen; schreibet über die erste das Wort **Steigen**, und über die andere **Fallen**, und setzet die gefundene Höhe AC in die erste Reihe, ND aber merkt indessen besonders auf.

3. Stellet euch mit dem Instrumente in N. 2., den in A gestandenen Gehülfen aber schicket mit seiner Latte weiter vorwärts in G, indem ihr die bei dem ersten Stande genommene Vorsicht wieder beobachtet, visieret abermal gegen beide Latten, und lasset die gefundene Höhen NE und OF aufmerken. Ziehet hierauf ND und NE voneinander ab, und wenn die erstere grösser ist als die zwote, so setzet ihren Unterschied in die fallende; ist aber die zwote grösser, wie hier geschieht, so setzet ihn in die steigende Reihe, und die Höhe OF merket wieder besonders auf.

Auf eben diese Art verfahret in den Ständen N. 3. 4. 5. und in allen übrigen, wenn noch mehrere vorhanden wären. Nur die lezte Höhe BM wird gerade zu in die fallende Reihe geschrieben.

4. Addiret zulezt iede Reihe besonders zusammen, und ziehet die kleinere Summe von der grössern ab, so ist der Ueberrest

der

der verlangte Höhenunterschied von A und B.

Beweis. Wenn man die Unterschiede DE, FG in die steigende Reihe setzet, oder vielmehr zu AC addiret, so ist die Summe derselben = AT; und da man IH und LK in der fallenden zu BM addiret, so ist ihre Summe = BO, und folglich ist AT — BO = dem Höhenunterschiede von A und B §. 514.

Zwote Art. 1. Lasset wiederum beide Gehülfen sich mit ihren Latten in A und N stellen, mit dem Instrumente aber stellet euch dazwischen in N. 1. mit der vorigen Vorsicht. Visieret nach C und D, und lasset ieden Gehülfen seine gefundene Höhe des Visierstrahls AC und ND aufschreiben.

2. Schicket den in A gestandenen Gehülfen mit seiner Latten in N, den hier gestandenen aber weiter vorwärts in O; und ihr selbst stellet euch mit dem Instrumente irgendwo dazwischen in N. 2. visieret nach E und F, und lasset abermal ieden Gehülfen seine gefundene Höhe und zwar den ersten NE den zweiten OF aufmerken.

Eben dieses verrichtet mit der nehmlichen Vorsicht in den übrigen Ständen N. 3. 4. 5.

3. Lasset ieden Gehülfen seine Höhen zusammen addiren, und ziehet die kleinere Summe von der grössern ab, so ist der Ueberrest der verlangte Höhenunterschied von A und B.

Beweis.

$$\left.\begin{array}{rcl} AC - ND & = & NX \\ NE - OF & = & OY \\ OG - PH & = & PR \\ IP - QK & = & - PZ \\ LQ - MB & = & - SQ \end{array}\right\} \text{§. 514.}$$

Folglich ist auch $AC + NE + OG + IP + LQ - ND - OF - PH - QK - MB = NX + OY + PR - PZ - SQ$, d. i. die Summe der grössern Reihe weniger der Summe der kleinern ist gleich den besondern Höhenunterschieden zusammen genommen. Diese aber sind gleich dem ganzen Höhenunterschiede von A und B, also ist auch die Summe der grössern Reihe weniger der Summe der kleinern gleich dem Höhenunterschiede von A und B.

Zusatz.

§. 520. Sollet ihr den Höhenunterschied des ersten, und eines ieden beliebigen Zwischenpunkts finden, oder von der ganzen nivellirten Strecke, einen ordentlichen Durchschnit vorstellen, so lasset die Latten an solche

Oerter stellen, wo sich merkliche Veränderun-
Fig. 85. gen der Höhe des Bodens, wie in C, K, N, R u. s. w. zeigen; messet ihre Abstände voneinander; nivelliret übrigens wie zuvor gewiesen worden, und schreibet alle von beiden Gehülfen bemerkte Visierhöhen in einer vorbereiten Tafel, wie nachstehende ist, in die erste und zwote Reihe; in die siebende oder lezte aber die Abstände der Latten wie sie aufeinander folgen. Zum Behufe des Gedächtnisses könnet ihr auch gleich an Ort und Stelle indessen nur mit freier Hand einen ungefähren Entwurf des zu machenden Durchschnittes zeichnen.

Wenn ihr alsdenn von der Operation nach Hause gekommen, so setzet die erste Visierhöhe AF der hintern Latte in die dritte Reihe der Tafel; addiret CD darzu, und setzet die Summe eben dahin unter AF; ferner addiret zu dieser Summe die folgende Höhe KH, und schreibet die erhaltene Summe wieder in die dritte Reihe, und so fahret fort, alle besondere Summen der Visierhöhen der hintern Latte zu suchen, und sie eine nach der andern in die dritte Reihe zu setzen. Auf die nehmliche Art suchet die Summen der Höhen der vordern Latten, die in der zwoten Reihe stehen, und setzet sie in die vierte.

Hierauf ziehet die in der dritten und vierten Reihe sich gegenüber stehende Summen der Visierhöhen voneinander ab, und den Ueberrest setzet darneben in die fünfte Reihe, wenn die Summe der dritten grösser ist als die in der vierten; schreibet solchen aber in die sechste, wenn die Summe der dritten kleiner als die in der vierten ist; so habt ihr in der fünften, um wieviel gewisse Punkte höher sind als der erste, und in der sechsten um wieviel einige niedriger sind als derselbe.

Sollet ihr nun den Durchschnit der ganzen nivellirten Strecke auf das Papier tragen, so ziehet erstlich die gerade Linie A, OE, nehmet den ersten Punkt A darauf an, traget die Abstände der Latten nach der siebenden Reihe darauf; errichtet auf diesen Teilungspunkten nach Erfodernis entweder auf- oder abwärts Perpendikularen AF, GC, IK, MN u. s. w., traget die Höhenunterschiede der fünften und sechsten Reihe darauf, und ziehet durch A, C, K, N, R, U, Y, B die Linie, so die Oberfläche des Durchschnittes vorstellet.

Visierhöhen an der		Summen der Visierhöhen an der		Höhenunterschiede zwischen dem ersten und ieden andern Punkt.		Abstände der Latten voneinander.
Hintern Latte	Vordern Latte	hintern Latte bis	vordern Latte bis	Höher als der erste	Niedriger als der erste	
′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	° ′
AF 10. 6	CE 6. 6	A 10. 6	C 6. 6	CG 4. 0	.....	29. 3
CD 3. 1	KH 9. 8	C 13. 7	K 16. 2	.....	IK 2. 7	22. 1
KH 8. 9	NI 10. 2	K 22. 4	N 26. 4	.....	MN 4. 0	11. 4
NL 10. 2	RP 9. 3	N 32. 6	R 35. 7	.....	QR 3. 1	8. 2
RO 10. 9	UT 2. 9	R 43. 3	U 38. 4	VU 4. 11	.....	36. 3
US 5. 8	YW 9. 8	U 48. 11	Y 48. 0	ZY 0. 11	.....	21. 1
YX 4. 11	BÆ 2. 10	Y 53. 10	B 50. 10	OEB 3. 0	.....	40. 5

Aufgabe.

§. 521. Einen vertikalen Durchschnit durch Festungswerke mit Hülfe des Nivellirens zu entwerfen.

Auflösung: 1. Stecket nach der Linie oder in der Richtung, worin der Durchschnit geschehen sol, kleine Pflöcke in alle die Punkte, deren Höhe ihr zur Entwerfung des Durchschnittes nöhtig habet.

Fig. 86. 2. Stellet euch mit dem Instrumente auf die Brustwehre des höchsten Werkes in N. 1. oder, wenn ihr wolt in einen andern beliebigen Punkt, von welchem ihr viele andere übersehen und nivelliren könnet, ohne daß euch die Latte zu kurz werde, noch daß der Visierstrahl

strahl in die Erde falle. Lasset den Gehülfen mit der Latte nach und nach in die ausgesteckte Punkte b, c, d, e, f, g, h stehen; visieret darauf, und schreibet die gefundene Visierhöhen so wohl, als die horizontale Abstände der Latten in eine vorbereite Tafel, wie nachstehende ist; und zum bessern Behufe des Gedächtnisses könnet ihr den ganzen Durchschnit indessen nur aus freier Hand aufzeichnen.

3. Weil aber der Punkt a und i gemeiniglich so tief liegen, daß euch die gewöhnliche Nivellirlatte, ihr möget mit dem Instrumente auf dem Werke stehen wo ihr wollet, zu kurz wird; so leget in b einen doppelten Klafterstab mit Hülfe einer Schrotwage dergestalt horizontal, daß dessen anderes Ende t soweit vorrage als tuhnlich ist; bemerket hierauf den Ort u, wo der am Ende des Stabes t befestigte Senkel auftrit, und messet so wohl die Länge bt, als die Höhe tu. Habet ihr den Klafterstab nicht so weit vorrücken können, daß der Senkel selbst in den Punkt a getroffen hätte, so setzet denselben in uv wieder horizontal, und messet so wohl uv als va; schreibet bt + uv = AB in die Tafel zu den Horizontalabständen, tu + va + Bb = Aa aber zu den Visierhöhen.

Auf eine ähnliche Weise verfahret, um die Höhe xi der äussern Mauerverkleidung zu erhalten, und schreibet hx zu den Horizontalabständen, xi + Hh = Ii aber zu den Visierhöhen.

4. Begebet euch ferner mit dem Instrumente in den Graben an einen Ort, wie z. B. N. 2. lasset in i eine Latte stellen; visieret darauf, und ziehet die gefundene Visierhöhe yi von Ii ab, um Iy zu erhalten. Visieret ferner auf die in k, l, m gestelte Latten; addiret zu ieder daselbst bemerkten Visierhöhe kz, lff, mtt die Höhe Iy, und schreibet die Summen in die Reihe der Visierhöhen, die Entfernungen der Latten IK, KL, LM aber zu den Horizontalabständen.

5. Stellet euch mit dem Instrumente etwan auf der Höhe des Glacis in einem beliebigen Orte wie N. 3., weil ihr aber die Latte in m zu stellen hättet, um die vorhergegangene Operation mit der folgenden zu verbinden, sie aber hier abermal zu kurz wird, so messet die Tieffe der Grabensverkleidung mss, wie bei N. 3. erinnert worden, und ziehet dieselbe von Mm ab, um Nn zu erhalten; welches ihr alsdann in die Reihe der Visierhöhen, ssn aber zu den Horizontalabständen zu schreiben habet.

Lasset hierauf die Latte nach und nach in n, o, p, q, r, s stellen, und bemerket über-al die Visierhöhen. Ziehet endlich ddn von Nn ab, und zu dem Ueberreste Ndd addiret die in obgedachten Punkten o, p, q u. s. w. gefundene Visierhöhen insbesondere, so werden die Summen die Höhen Oo, Pp, Qq, Rr, Ss geben, die ihr alsdenn in die Reihe die Visierhöhen, die Entfernungen der Latten NO, OP u. s. w., aber zu den Horizontalabständen zu schreiben habet; wie aus folgender Tafel erhellet.

Auf die höchste Visierlinie reducirte Höhen.				Horizontalabstände der Latten.			
	°	′	″		°	′	″
Aa	5	1	0	AB	3	2	0
Bb	2	1	0	BC	5	5	0
Cc	2	0	0	CD	1	0	0
Dd	1	3	0	DE	0	3	0
Ee	1	3	0	EF	0	0	1
Ff	0	4	6	FG	3	0	0
Gg	1	0	6	GH	1	2	6
Hh	2	1	0	HI	1	0	0
Ii	8	2	0	IK	6	2	0
Kk	8	3	0	KL	2	0	0
Ll	9	4	0	LM	8	1	0
Mm	8	2	0	MN	0	3	0
Nn	5	2	6	NO	5	4	0
Oo	5	0	0	OP	1	0	0
Pp	4	3	0	PQ	0	4	0
Qq	4	3	0	QR	0	2	0
Rr	3	4	6	RS	25	3	0
Ss	5	3	0				

6. Um die Dicken der Mauerbekleidungen, nebst der Tieffe ihrer Fundamenten anzeigen zu können, so lasset so wohl bei h und n, als auch bei i und m die Erde hinweg räumen, und messet sie ordentlich aus.

7. Ziehet endlich auf einem Papier eine gerade Linie AS; traget auf dieselbe alle hori-

rizontale Abstände der Latten, wie sie in der Tafel aufeinander folgen. Lasset von denselben Perpendikularen fallen, machet sie den reducirten Höhen in der Tafel gleich, und ziehet die Punkte gehörig mit den Linien abcdef u. s. w. zusammen.

Aufgabe.

§. 522. Es sei ein Teil der Gegend um eine Festung zur Ueberschwemmung eingerichtet; man verlanget zu wissen, wie weit sich das Wasser ausdehnen könne, wenn die Schleusse A auf eine gewisse Höhe zugeschlossen wird.

Auflösung: 1. Stellet euch mit der Nivellirwage an einen Ort B, von welchen ihr so wohl auf die Schleusse A, als auch auf einige Punkte a, b, c, d u. s. w. wohin ihr vermuhtet, daß die Ueberschwemmung reichen werde, sehen, und auf die dahin gestelte Latten visieren könnet. Lasset an der Schleusse A in der Höhe des daselbst aufgeschwelten Wassers eine Latte stellen; visieret darauf, und bemerket die Visierhöhe. Fig. 87.

2. Befestiget das Visierbret in der vorigen Höhe, und lasset den Gehülfen damit beiläuffig in d, als in einen solchen Punkt stehen, wohin ihr vermuhtet, daß der Rand des geschwelten Wassers kommen werde. Heis-

set ihn daselbst so lange mit der Latte und unverrückten Brette hin-und hergehen, bis der Visierstrahl auf dasselbe trift. In dieser Stelle lasset einen Pflock in die Erde schlagen, zum Zeichen, daß das Wasser bis dahin kommen könne. Hierauf schicket den Gehülfen mit der Latte und unverrückten Brette in andere Punkte a, b, c, H, F, und beobachtet bei denselben eben dasienige, wie zuvor bei d.

3. Begebet euch mit dem Instrumente in einen beliebigen Punkt C, von welchem ihr nach einen bereits bestimten, wie F sehen könnet. Visieret darauf, und lasset das Bret in der Höhe des Visierstrahls abermal befestigen; schicket den Gehülfen mit unverrückten Brette nach und nach in e, f, g, h u. s. w. und beobachtet bei denselben alles eben so wie ihr in d getahn.

4. Stellet euch in einen Stand D, von wo ihr nach einem bereits bestimten Punkt F, und ferner in einen E, von welchem ihr gegen den bestimten Punkt G oder H visieren könnet, und verhaltet euch übrigens, wie in den vorigen Ständen. Auf diese Art fahret fort, so viele Stände anzunehmen, bis ihr an den Gränzen, die das Wasser einnehmen wird, genugsame Punkte bestimmet habet.

5. Nehmet endlich alle Punkte, in welchen ihr Pflöcke eingeschlagen habet, mit dem Mestische ordentlich auf, und ziehet sie auf dem Risse mit einer Linie kihgf u. s. w. zusammen, so zeiget dieselbe die Gränzen, oder den Rand der Ueberschwemmung an, wohin sie reichen würde, wenn die Schleusse bei A bis auf die angenommene Höhe geschlossen, oder verdämmet würde.

Wir müssen aber die Anfänger alhier erinnern, daß die Operation nur in soweit ihre Richtigkeit haben könne, als der am untern Ufer des Flusses aufgeworfene Dam dmno mit der Schleusse A in gleicher Höhe ist. Wäre derselbe oder ein anderer Ort unter der Schleusse, niedriger als diese, so würde das Wasser allezeit eher wieder ablauffen, als es zur verlangten Höhe kommen könte, und folglich würde sich dasselbe auch nicht soweit ausbreiten und dessen Oberfläche nicht horizontal sein können.

Aufgabe.

§. 523. Die Oberfläche einer Gegend zu nivelliren, damit man erfahre, um wieviel ein ieder Punkt darin höher oder niedriger als ein gewisser angenommener liege.

Auflösung: 1. Erwählet euch einen beliebigen aber leicht kenbaren und unveränderlichen Punkt A (point de repaire) mit welchem ihr alle übrige zu vergleichen gesonnen seid. Fig. 88.

Las-

Lasset einen Gehülfen mit der Latte dahin stehen, und in verschiedene andere Punkte a, b, c, d u. s. w., wo etwan beträchtliche Veränderungen der Höhe vorkommen, kleine Pflöcke einschlagen. Stellet euch mit der Wage in B, schicket einen zweiten Gehülfen mit seiner Latte erstlich in a; visieret so wohl nach A als a; ziehet die kleinere Visierhöhe von der grössern ab, so giebt der Ueberrest den Unterschied, um wieviel a höher oder niedriger als A ist §. 514. Auf die nehmliche Art verfahret mit den übrigen Punkten b, c, d u. s. w., indem ihr sie alle mit A vergleichet. Schreibet den gefundenen Höhenunterschied an ieden Pflock, iedoch mit der Vorsicht, daß ihr die höhere und niedrigere als A mit einem besondern Zeichen, Buchstaben oder Farbe voneinander unterscheidet.

2. Nachdem ihr solchergestalt in dem ersten Stande genug Punkte bestimt habet, so begebet euch mit dem Instrumente in den zweiten D, aus welchem ihr auf einen bereits bestimten C, und auf eine Menge andere wie g, h, i, k u. s. w. die in der Höhe merklich unterschieden sind, und die ihr ebenfals mit Pflöcken bemerken lassen, sehen könnet. Lasset den in A gestandenen Gehülfen nunmehro in C, den andern aber erstlich in g stehen; visieret auf ihre Latten, und ziehet die kleinere Visierhöhe von der grössern ab. Findet ihr

nun, daß g niedriger als C, und C niedriger als A ist, so addiret den gefundenen Höhenunterschied von g und C zu dem an dem Pflocke C bereits geschriebenen, und setzet die Summe an den Plock g mit dem Bedeuten an, daß er um eben so viel niedriger als A sei. Eben dieses habet ihr zu beobachten, wenn g höher als C, und C höher als A wäre; iedoch mit dem Unterschiede, daß ihr alsdenn g höher als A zu bemerken habet.

Zeiget sich aber, daß g höher als C, und C niedriger als A ist, so ziehet den Höhenunterschied von g und C, und die an den Pflock C geschriebene Zahl voneinander ab; schreibet den Ueberrest an den Pflock g mit der Anmerkung, daß derselbe höher ist als A, wenn der Höhenunterschied von C und g grösser ist, als die an den Pflocke C geschriebene Zahl; aber niedriger, wenn sich das Gegenteil findet.

Nehmet ihr wahr, daß g niederer als C, und C höher als A ist, so ziehet den Höhenunterschied von g und C, und die an den Pflocke C geschriebene Zahl voneinander ab, und schreibet den Ueberrest an den Pflock g mit dem Zeichen, daß er höher als A, wenn der Höhenunterschied von g und C kleiner als die an C geschriebene Zahl ist; im Gegenteil aber niedriger als A, wenn der Höhenunterschied

von

von g und C grösser ist. Auf die nehmliche Art verfahret mit den übrigen Punkten h, i, k, l u. s. w., damit ihr euch aber nicht so leicht irren möget, so zeichnet iedesmal den Durchschnit von den vorhabenden zween Punkten nur aus freier Hand auf, um die Stellung der Visierhöhen deutlicher vor Augen zu haben.

Eben so habet ihr euch auch in dem Stande F, wo ihr die Punkte m, n, o, p u. s. w., mit den zuvor schon bestimten vergleichet, zu verhalten, und überhaupt so viele Stände zu wählen als nöhtig scheinet, die vorkommende merkwürdige Punkte zu bestimmen.

3. Seid ihr endlich in den lezten Stand I gekommen, und habet die daselbst vorfindige Punkte r, s, t, x u. s. w. mit dem schon bestimten G, wie zuvor verglichen; so könnet ihr zu mehrerer Bekräftigung, wenn es anders die Umstände zulassen, auch noch nach den ersten Punkt A visieren, und ihn wie die andere mit G vergleichen. Verbleibet in der Rechnung für seine Höhe nichts übrig, oder ihr findet sie = o, so ist es ein Zeichen, daß die Operation richtig ist; fält aber ein Ueberrest aus, so ist klar, daß irgend wo ein Fehler eingeschlichen, und die Operation wiederhohlet werden mus.

4. Wie ihr mit der Nivellirung vorrücket, so lasset durch einen Gehülfen alle Pflöcke mit dem Mestische ordentlich aufnehmen, und sie samt den daran bemerkten Höhenunterschiede in Ansehung des ersten Punkts A, auf den zuvor schon verfertigten Grundris der Gegend mit der Vorsicht tragen, daß die höhere Punkte als A mit rohter, die niedrigern aber mit schwarzer Farbe bemerket werden. Oder wenn ihr den Unterschied der Farben vermeiden wollet, so bildet euch über A einen Punkt in wilkührlicher iedoch in grösserer Höhe als alle übrige ein; addiret sie zu allen Höhen der übrigen Punkte, so werden sie alle niedriger als A ausfallen.

Verlanget ihr zu wissen, wieviel einer der nivellirten Punkte höher oder niedriger liege als ein beliebiger anderer, so merket folgendes: Sind beide Punkte höher, oder beide niedriger als A, so ziehet ihre Zahlen voneinander ab; der Ueberrest zeiget an, um wieviel derienige, so die gröste Zahl hat, entweder höher oder niedriger sei als der andere; ist aber einer derselben höher, und der andere niederer als A, so addiret beide Höhenunterschiede zusammen, so wird die Summe der Unterschied beider Punkte sein.

Werden die zu nivellirende Punkte in einer gewissen Ordnung und dergestalt ausgesteckt, daß ihre Lage so wohl als Höhen in eine ordentliche Tafel gebracht, und leicht daraus gefunden werden können, so erhält man den Vorteil, daß der Ris

selbst

selbst nicht mit Ziffern angefüllet werden darf, und wenn allenfals der Ris oder die Tafel in unrechte Hände kommen solte, dennoch niemand von einem allein einen volständigen Gebrauch machen kan.

Ubrigens ist es von sehr grossen Nutzen, dergleichen nivellirte Grundrisse sonderlich von Festungen, und ihrer umliegenden Gegend zu haben. Man übersiehet darauf gleichsam in einem Augenblicke, welche Punkte höher oder niedriger als andere sind, und wieviel ihr Unterschied beträget. Ein Vorteil, der in der Befestigungskunst und überhaupt im ganzen Kriegshandwerke einen sehr wichtigen Einflus hat, und durch den sich die nützlichste Entwürfe mit grosser Leichtigkeit und Richtigkeit auf dem Papier zum voraus machen lassen.

Zusatz.

Fig. 89. §. 524. Solte ein Hügel ein, oder ein anderes unebenes Stück Erdreich, wie ABCD u. s. w. bis auf eine horizontale Fläche in der Höhe des Punktes A abgetragen oder angeschüttet werden müssen, und man möchte zum voraus den kubischen Inhalt der abzunehmenden, oder anzuführenden Erde berechnen, so bestimmet erstlich den Rand der horizontalen Fläche ohngefähr wie die Gränzen einer Ueberschwemmung §. 522. Lasset in alle Punkte, wo beträchtliche Veränderungen der Höhe vorkommen, Pflöcke einschlagen, oder die ganze Oberfläche in lauter Dreiecke einteilen; nehmet sie mit dem Mestische ordentlich

lich auf, um ihre horizontale Grundfläche ABCD u. s. w. zu bekommen; nivelliret alle Pflöcke, und schreibet ihren Höhenunterschied in Ansehung des Punktes A dazu §. 523. N. 4. Berechnet hierauf den Flächeninhalt des ersten Dreieckes ABN; addiret die drei Höhen A, B, N zusammen, multiplicirt den Flächeninhalt mit dem dritten Teile der Summe, wie ein schräge abgeschnittenes Prisma §. 310., und so fahret mit allen übrigen Dreiecken BNC, CNP u. s. w. fort. Zulezt addiret die besondere Kubikinhalte der Prismen zusammen, so ist die Summe der verlangte Inhalt.

Anhang.

Anwendung der Geometrie zu verschiedenen Aufgaben in der Artillerie und Minierkunst.

Erstes Hauptstück.

Von verschiedenen bei der Artillerie vorkommenden Abmessungen und Berechnungen.

Aufgabe.

§. 525.

Fig. 90. Den Punkt E in einem Laufgraben zu bestimmen, wo ein auf die Seite FG eines feindlichen Werkes gezogene Perpendikular AE auftrift, um eine Batterie mit FG parallel anlegen zu können.

Auflösung. 1. Stellet euch in dem Laufgraben auf die verlängerte Linie GF in B, lasset gegen die Seite wo die Perpendikular hinfallen wird, so viele Pflöcke wie hier C und D wilkührlich setzen, bis ihr

zwi-

zwischen zween z. B. C und D in dem Laufgraben eine gerade Linie messen könnet. Beobachtet mit einem bei Handen habenden Instrumente in B den Winkel ABC, in C den Winkel ACB und ACD, und in D den Winkel ADC.

2. Nachdem ihr die Linie DC gemessen habet, so traget sie nach einem verjüngten Maasstabe zu Papier, wie dc; beschreibet darauf das ähnliche Dreieck dac, und setzet den Winkel cab = 180° — ACB — ABC daran, um die Richtung gf oder GF der Seite des Werkes zu erhalten.

3. Errichtet aus a eine Perpendikular ae von unbestimter Länge; findet ihr nun, daß der Winkel DAB beinahe schon 90° habe, und folglich der Punkt E nicht mehr weit von D sein könne, so lasset in der Gegend von E, in der Richtung des Laufgrabens einen Pflock in H stellen; beobachtet den Winkel ADH, und machet adh demselben auf dem Papier gleich; sehet zu wieviel de auf dem verjüngten Maasstabe betrage, und messet von D nach E in der Richtung DH eben so viel nach dem wirklichen Maasse, so ist E der verlangte Punkt, worin die von A gezogene Perpendikular auf den Laufgraben trift, und nun wird es nicht mehr schwer sein, eine Batterie L Perpendikular darauf anzulegen, damit sie mit der zu beschiessenden Seite FG des Werkes parallel werde.

Wäre aber der Winkel DAB noch nicht nahe genug bei 90°, und folglich der Punkt D noch zu weit von E, so daß ihr die Linie DE in dem Laufgraben, wegen vorfallender Krümmung desselben nicht messen könnet, so erwählet zwischen D und E noch einen Standpunkt, und verfahret wie zuvor.

Ist der Laufgraben von B nach D so beschaffen, daß sich in demselben eine gerade Linie messen läst, so kan man den Standpunkt C ganz ersparen.

Da man in diesen Fällen eben nicht die äusserste Richtigkeit verlanget, so kan man sich, wenn man etwan mit keinem Instrumente zum Winkelmessen versehen wäre, der §. 512. vorgeschlagenen Stäbe und Sehnentafel hier noch mit Vorteil bedienen.

Läst sich die Seite des feindlichen Werkes z. B. wie eine Courtine nicht verlängern, und man sol doch eine Batterie parallel mit derselben anlegen, so erinnert euch was §. 472. gesagt worden.

Aufgabe.

Fig. 91. §. 526. Den Punkt C in einem Laufgraben zu finden, wo die Verlängerung einer Courtine AB auftrift, um daselbst eine Batterie zu erbauen, und die Courtine davon durch Bogenschüsse zu bestreichen oder zu ricochetiren.

Erster Fal.

Wenn die Figur und Grösse der Festungswerker, aus einem guten Grundrisse bekant ist.

Auflösung. 1. Stellet euch mit dem Instrumente in einen beliebigen Punkt I, von welchen ihr iedoch drei von den aus dem Risse bekanten Punkten wie G, D, F unter nicht gar zu spitzigen Winkeln sehen, und auch eine gerade Linie nach M, wo ihr vermuhtet, daß die Verlängerung der Courtine auftreffen werde, messen könnet, und beobachtet daselbst die Winkel GID, DIF und FIM.

2. Traget die Figur der Werker, soweit ihr sie nöhtig habet, hauptsächlich aber die drei Punkte G, D, F worauf ihr visieret, nebst der Stellung der Courtine AB nach einem beliebigen veriüngten Maasstabe zu Papier, bestimmet den Punkt I nach §. 474., verlängert AB unbestimt bis in N, und traget auch den beobachteten Winkel FIM auf, so werden sich die zwo Linien AN und IM in einem Punkte C durchschneiden, so der verlangte sein wird. Um nun denselben in dem Laufgraben selbst zu bestimmen, so sehet zu, wieviel IC auf dem Papiere nach dem veriüngten Maasstabe betrage, und eben so viel messet in dem Laufgraben in der Richtung IM von I nach C. Endlich stellet euch mit dem Instrumente in C, machet den Winkel ICB dem auf dem Papiere gleich, so zeiget der eine Schenkel BC die Richtung der verlängerten Courtine, in welcher ihr vorwärts ein paar Pflöcke setzen lassen könnet, um euch bei dem Schiessen darnach zu richten.

Zweiter Fal.

Wenn von den Festungswerken kein Ris vorhanden, man aber in dem Laufgraben aus zween Punkten L und P zween Punkte der Courtine A und B, nebst einem dritten D entdecken, und irgenswo eine gerade Linie PI messen kan.

Auflösung. I: Lasset erstlich in L und P, denn auch in einem beliebigen Punkte I, von welchen ihr aber nach M in dem Laufgraben eine gerade Linie messen könnet, Pflöcke einstecken; beobachtet mit einem Instrumente die Winkel ALB, BLD, DLP, APL, BPA, DPB, IPD, DIP und DIM. Fig. 91.

2. Messet die gerade Linie PI, oder wenn ihr könnet eine andere PL; traget sie nach einem veriüngten Maasstab, nebst den beobachteten Winkeln zu Papier, damit ihr die Lage der Courtine AB bestimmet. Verlängert hierauf AB, bis sie IM in C durchschneidet; sehet zu, wieviel IC auf dem Papiere nach dem veriüngten Maasstabe betrage, und gebet IC in dem Laufgraben eben so viel in wirklichen Maasse, so ist C der Punkt, in welchem die verlängerte Courtine auf den Laufgraben trift. Stellet ihr euch nun mit dem Instrumente in C, und machet den Winkel BCI gleich dem auf dem Papier, so habt ihr auch die Richtung BC der Courtine, in welcher ihr ein paar Pflöcke einschlagen könnet, um sie allezeit wieder zu finden, und die Batterie CO perpendikular darauf zu setzen.

Zum Vorteile der Belagerten läst sich sonderlich die Auflösung des lezten Falles, wenn die Courtine so verdeckt ist, daß man aus zween Ständen L und P nicht zween Punkte von ihr entdecken kan; oder wenn ihre Richtung AC in andere Werker fält, nicht wohl anwenden.

Uebrigens verstehet sich von selbsten, daß die Auflösung beider Fälle durch die trigonometrische Berechnung viel richtiger, als durch die Auftragung der ähnlichen Figur auf dem Papier geschehen könne; allein, da die leztere Art hinlängliche Richtigkeit giebt, und man an einem so unruhigen Orte als die Laufgräben sind, nicht allezeit aufgelegt sein dürfte, tiefsinnige Berechnungen anzustellen, so wird sie der erstern wohl meistens vorgezogen werden.

Auf-

Aufgabe.

§. 527. Es sol vor einer belagerten Festung die Lage der Hauptpunkte der Werker, Laufgräben, Batterien u. d. g. bestimmet oder aufgenommen werden, es läst sich aber wegen dem feindlichen Feuer in der gehörigen Nähe keine taugliche Grundlinie messen, und es sind auch sonst keine andere Punkte bekant.

Auflösung. 1. Messet ausser dem Stuckschusse an einem schicksammen Orte eine Grundlinie AB, und bestimmet mit Hülfe der an derselben beobachteten Winkel, zween oder mehrere beliebige Punkte wie C, D, N §. 470., iedoch so, daß ihr sie in der Folge aus den Laufgräben sehen könnet. Fig. 92.

2. Begebet euch in der ersten Parallel nach und nach in solche Punkte wie G, E, F, H, I, L u. s. w., wo entweder die Sickfacke oder Eingänge auftreffen, oder wo beträchtliche Krümmungen vorhanden sind, oder auch die euch sonsten zur Bestimmung der Figur der Parallel nöhtig scheinen. Beobachtet daselbst die Winkel gegen die rückwärts schon bestimte Punkte, um eure Standörter nach §. 474. bestimmen zu können.

3. Zu gleicher Zeit visieret von iedem Standorte auf alle in den weiter vorwärts liegenden Laufgräben vorkommende Veränderungen ihrer Figur, oder andere merkwürdige Gegenstände, und auch auf die von Festungswerken sichtbare Ecke u. d. g., und beobachtet die Winkel.

4. Nachdem ihr solchergestalt alle nöhtige Winkel genommen, und von der ganzen Figur indessen einen vorläuffigen Entwurf aus freier Hand gemacht habet, um sich bei der Aufschreibung der beobachteten Winkel

weniger zu irren, so könnet ihr nun zu Hause mit mehrerer Bequemlichkeit entweder die trigonometrische Berechnung der Dreiecke selbst vornehmen, oder, welches in dergleichen Fällen meistens hinlänglich ist, nur die beobachtete Winkel nach ihrer Ordnung auftragen, um die ganze Figur auf dem Papier zu erhalten.

Aufgabe.

§. 528. Die Menge Pulver zu berechnen, die in einem Magazin von gegebener Länge und Breite in zween zentnerichten Tonnen gehörig geschlichtet werden kan. Oder aus der gegebenen Menge Pulver die Länge und Breite des Magazins zu finden.

Auflösung des ersten Falles. Es sei die gegebene Länge AB des Magazins = 59′; seine Breite AC = 28′; die Länge einer Tonne = 2′, 5″; ihr gröster Durchmesser = 1′, 9″, nebst deme merket, daß das Pulver gewöhnlich so geschlichtet wird, daß zwo Reihen Tonnen etwan nur einen halben Schuh voneinander abstehen, dann wird ein 3 oder 4 Schuh breiter Gang gelassen, und wieder zwo Reihen wie zuvor geschlichtet; abermal ein Gang gelassen u. s. w. fort gefahren, als es die Breite des Magazins erlaubet. In diesen Reihen werden die Tonnen drei auch viersach übereinander geleget, kurz, die ganze Schlichtung so eingerichtet, daß man zu einer ieden Tonne besonders kommen und öfters nachsehen, und auch daß der Luft gut durchstreichen kan. Dieses vorausgesezt, verfahret folgendergestalt:

Fig. 93.

1. Divldiret die Breite AC des Magazins = 28′, durch die Breite einer doppelten Reihe Tonnen, samt einer Gangbreite = 3′, d. i. durch 2′, 5″

+

$+ 6'' + 2', 5'' + 3' = 8', 4''$, so giebt euch der Quotient 3 die Anzahl der doppelten Tonnenreihen, und auch der Gängen. Verbleibet in der Division noch ein Rest, wie hier von $3'$, so machet anstaat drei Gängen vier, wie ihr aus der Figur sehet; gehet aber die Division gerade auf, so muß eine doppelte Tonnenreihe in zwo einfache geteilet, und iede derselben an der Mauer hingeleget werden.

2. Ziehet $6'$ von der Länge $AB = 59'$ für die zwo Gangbreiten auf beiden Enden des Magazins ab, den Ueberrest $53'$ dividiret durch den Durchmesser $= 1', 9''$ einer Tonne, so ist der Quotient 30 die Anzahl Tonnen die zu unterst in einer einfachen Reihe liegen können. Und da in der zwoten Lage allezeit eine Tonne über zwo der untern zu liegen komt, so ist in derselben eine Tonne weniger als in der ersten; in der dritten eine weniger als in der zwoten, und in der vierten eine weniger als in der dritten, d. i. in der

ersten oder untersten Lage	30 Tonnen,
2ten	29
3ten	28
4ten	27
Summe in einer einfachen Reihe	114.

3. Multipliciret diese Summe mit 2, so ist das Produkt 228 die Anzahl Tonnen einer doppelten Reihe, und wenn dieses nochmal mit der Anzahl der doppelten Reihen nehmlich mit 3 multiplicirt wird, so erhaltet ihr die ganze Anzahl Tonnen $=$ 684, und das doppelte hievon giebt euch das Gewicht des Pulvers in Centnern d. i. 1368 Centner, so in dieses Magazin bequem geschlichtet werden können.

Uebrigens verstehet sich von selbsten, daß, wenn das Magazin noch einen obern Stock hätte, derselbe eben auf diese Art berechnet werden müste.

Hiebei ist noch zu merken, daß die oben angegebene Breite des Magazins eine von den allergrösten sei. Gewöhnlicherweise werden sie nur 25 Schuh breit gemacht, und darnach richtet sich auch die Anzahl der Tonnenreihen, und die Gänge, bei deren Einrichtung es hauptsächlich darauf ankomt, ob das Pulver auf eine lange Zeit, wie im Frieden meistens geschiehet, oder auf eine kurze, wie im Kriege, z. B. bei Belagerungen sich ereignet, geschlichtet werden sol. Im ersten Falle überleget man die Magazine nicht gerne, um mehr Raum zur Handirung zu behalten, und aller Orten besser nachsehen zu können. Aus dieser Ursache ordnet man in einem 25 Schuh weiten Magazin nur zwo doppelte Tonnenreihen an, und machet den mitlern Gange 5 Schuh, die zween Seitengänge ieden 4 Schuh breit, und die zwo einfachen Reihen, die eine doppelte zusammen ausmachen, läst man wenigstens 1 Schuh voneinander abstehen. Im andern Falle aber müssen meistens nur die Zeit und Umstände die Schlichtungsart bestimmen.

Auflösung des zweiten Falles. Es sei, daß ein Magazin für 2000 Centner, folglich für 1000 Tonnen Pulver mit zwei Stockwerken erbauet werden sol; in dem untern Stock sollen die Tonnen in 6 einfachen, oder 3 doppelten Reihen vierfach übereinander, und in dem obern in eben so vielen Reihen aber nur dreifach übereinander geleget werden, und in ieden Stock 4 Gänge sein. Derowegen sei die ganze Anzahl Tonnen, so in das Magazin geschlichtet werden sollen = 1000 = a; die Anzahl in der untern Lage einer einfachen Reihe = x; und da in ieden Stock 6 einfache Reihen sind, so werden

Im

Im untern Stock.

In der untern Lage.. 6x.
2ten..... 6x — 6
3ten..... 6x — 12
4ten..... 6x — 18 kommen.

Summe der Tonnen im untern Stocke 24x — 36

Im obern Stock.

In der untern Lage.. 6x
2ten..... 6x — 6
3ten..... 6x — 12 kommen.

Summe im obern Stock 18x — 18.

folglich ist $24x - 36 + 18x - 18 = a$,
oder $42x - 54 = a$,

und $x = \frac{a + 54}{42} = 25$ Tonnen.

So in einer einfachen Reihe in der untern Lage liegen müssen.

Da aber die mitlere doppelte Reihe, wegen dem Eingang und Aufzug in beiden Stöcken um einige Tonnen kürzer als die zu beiden Seiten gemacht werden muß, so nehmet von derselben in der untern Lage, z. B. 6 Tonnen in der Länge, und eben so viel in den obern Lagen hinweg, und leget einer ieden zur Seite liegenden Reihe die Hälfte davon bei, so werden die zwo äussern Reihen iede 28, die mitlere aber 19 Tonnen lang werden.

Multipliciret nun 28 oder die Anzahl Tonnen in der Länge einer Reihe durch den Durchmesser 1′, 9″, addiret zum Produckt noch die zwo Gangbreiten oben und unten = 6′, so ist $28 \times 1', 9'' + 6' = 55'$ der Länge des Magazins.

Fast

Fast auf eine ähnliche Art hat man sich zu benehmen, wenn für andere Artillerie Gerädschaften die Grösse eines Behältnis bestimmet, oder umgekehrt die Anzahl dieser aus iener angegeben werden soll. Nur hat man dabei zu beobachten, wie und auf was Art diese Gerädschaften zusammen geschlichtet werden können oder müssen, damit zu ihrer Handirung noch der nöhtige Raum übrig bleibet.

Aufgabe.

Fig. 94. §. 529. Die Entfernung des Punktes E von der Mündung eines Stucks zu finden, in welchem sich die verlängerte Mittellinie AC der Seele und die Visierlinie BD über die höchste Reiffen durchschneiden.

Auflösung. Setzet wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke BDF und DEC, wie sich der Unterschied FB der Radien der vordern und hintern Reiffen zur Länge DF = AC des Stucks verhält, eben so verhält sich der Radius CD des vordern Reiffens zur verlangten Entfernung CE, d. i.

$$AB - CD : AC = CD : CE,$$

und $$\frac{AC \times CD}{AB - CD} = CE.$$

Verlanget man auch noch den Winkel BEA, den die Visierlinie BE mit der verlängerten Seele des Stucks machet, zu finden, so hat man nur das rechtwinkelichte Dreieck BEA, worin die zwo Seiten AB und AE, die den rechten Winkel einschliessen, bekant sind, nach §. 432. aufzulösen.

Auf=

Aufgabe.

§. 530. Es sei der Radius AD einer Stuckku- Fig. 95.
gel gegeben, man verlangt den Radius eines Kartät-
schenschrottes EC zu finden, deren drei in der Seele des
Stuckes nebeneinander liegen können.

Auflösung. 1. Beschreibet mit dem gegebenen Radius AD der Stuckfugel einen Zirkel, teilet solchen in 6 gleiche Teile, und ziehet die Linien AH, LG und IP.

2. Suchet auf der Linie AD einen Punkt E, und einen Radius EA oder EC, der so gros ist, daß wenn ihr aus E damit einen Zirkel beschreibet, solcher den grossen Zirkel in A, und auch die Linien DI in N, und DL in C berühre. Um dieses zu erhalten, so teilet den Bogen GH in K in zween gleiche Teile, wie auch HP in O; ziehet die Linien AK und AO, ziehet die beide Durchschnitspunkte N und C zusammen, so ist NC der gesuchte Radius des Schrotes. Denn da die drei Mittelpunkte M, E, F ein gleichseitiges Dreieck machen müssen, dessen Seiten der Diameter des gesuchten Schrotes werden, so ist der Winkel NEC $=$ 60° §. 98. folglich NAC $=$ 30° §. 77. Wenn ihr demnach den Bogen GH $=$ 60° in K in zween gleiche Teile teilet, so wird KH $=$ 30°, KO $=$ 60°, und also der Winkel KAO $=$ NAC $=$ 30° §. 77., und also NEC $=$ 60° folglich NC $=$ NE $=$ EC $=$ AE.

Auf die nehmliche Art beschreibet aus M und F mit dem vorigen Radius die übrige zween Zirkel.

3. Um die eigentliche Grösse des Radius dieser drei Zirkel durch die Rechnung zu finden, so betrachtet wiederum, daß ihre Mittelpunkte ein gleichseitiges

Drei-

Dreieck EMF machen, dessen Winkel von 60° durch die Linien ED, MD und FD in die Hälfte geteilet werden, so daß DEC = 30° ist.

Ferner wenn man EC oder EA als den Sinus totus ansiehet, so ist ED die Sekante des Winkels DEC = 30°, und AD kan man ansehen, als ob sie aus den Sinus totus AE und der Sekante ED zusammengesetzet wäre. Derowegen ist

Sin. tot. + Sek. von 30° : Sin. tot. = AD : EC,

und folglich ist:

$$\frac{\text{Sin. tot.} \times \text{AD}}{\text{Sin. tot.} + \text{Sek. von } 30°} = \text{EC Rad. des Schrots.}$$

Beispiel. Es sei der Radius einer 24pfündigen Stuckkugel = $2'', 9''', 0'''', 2^{v}$ = 4754^{v} Wienermaas, so ist $\frac{100000 \times 4754^{v}}{100000 + 115470}$ = 2206^{v} = $1'', 3''', 3'''', 10^{v}$ = EC dem Radius des verlangten Kartätschenschrots.

Aufgabe.

§. 531. Die Menge Erde zu berechnen, die in der Brustwehre einer Batterie enthalten ist.

Fig. 96. Fig. 97.

Auflösung. 1. Stellet euch einen perpendikularen Durchschnit durch die Brustwehre der Batterie TQPVXM in einem beliebigen Orte CD vor, indem ihr die Höhen CE, BH und DF, ferner die Breiten EA, AH und BF ordentlich ausmesset, und die ganze Gestalt des Durchschnittes wie Fig. 97. nach einem verjüngten Maasstabe zu Papier traget.

2. Teilet diesen Durchschnit CABD durch die Linie CB in zwei Dreiecke CAB und CBD,

und

und rechnet den Inhalt eines ieden insbesondere aus.

3. Messet die Längen TMX, QPV und ROY; addiret sie zusammen, und mit dem dritten Teile der Summe multipliciret den Flächeninhalt des Dreiecks CBD Fig. 97. Desgleichen messet die Länge SNZ; addiret dazu ROY und TMX, und mit dem dritten Teile dieser Summe multiplicirt den Flächeninhalt des Dreiecks CBA Fig. 97. Fig. 96.

4. Addiret beide Produkte zusammen, so ist die Summe der Menge Erde gleich, die in der Brustwehr der Batterie enthalten wäre, wenn sie keine Schiesscharten hätte.

5. Um den Raum einer Schiesscharte zu berechnen, so messet den perpendikularen Durchschnit abdc derselben aus, teilet ihn durch ad in zwei Dreiecke adc und bad, und berechnet iedes insbesondere. Messet ferner ef, hg und in, addiret sie zusammen, und mit dem dritten Teile dieser Summe multiplicirt den Inhalt des Dreiecks adc §. 310. Nicht minder messet lm, addiret dazu in und hg, und mit dem dritten Teile dieser Summe multiplicirt den Inhalt des Dreiecks abd. Addiret endlich beide Produkte zusammen, so ist ihre Summe dem Raume einer Schiesscharte gleich. Ziehet ihr nun diesen so oft von der zuvor für vol gerechneten Brustwehre ab, als Schiesscharten vorhanden sind, so ist der Ueberrest der Menge Erde gleich, die in der Brustwehre selbst enthalten ist. Fig. 98.

Diese Berechnungsart setzet aber voraus, daß die Batterie auf ebenen Boden erbauet, und durchaus von gleicher Höhe sei. Im entgegenge-

sezten Falle aber würde man sie in mehrere Teile zerteilen, und auch mehrere Durchschnitte annehmen müssen, um zu seinen Zwecke zu gelangen.

Aufgabe.

§. 532. Es sol der Durchmesser einer Böllerkammer gefunden werden, die ein gegebenes Gewicht von Pulver fassen sol, deren Figur aber bestimmet, und die Verhältnisse der Dimensionen zu einander sind gegeben.

Auflösung. 1. Zeichnet eine Kammer in beliebiger Grösse, aber nach den verlangten Bedingungen auf, damit sie der gesuchten ähnlich werde, und berechnet ihren kubischen Inhalt nach den in der Stereometrie gegebenen Gründen.

2. Vorausgesezt, daß ihr das Gewicht eines bekanten Kubikmaasses, z. B. eines Kubikschuhes Pulver aus der Erfahrung kennet, so könnet ihr das Gewicht von Pulver, so diese angenommene Kammer fasset, folgendermaassen finden.

Ein Kubikschuh verhält sich zum Inhalte der Kammer, wie das Gewicht eines Kubikschuhes Pulver, zum Gewichte desienigen, so die Kammer fassen kan.

3. Da ihr nun zu dieser indessen nur angenommenen Kammer eine ähnliche, die aber das verlangte Gewicht von Pulver fassen sol, zu machen, oder vielmehr ihre Dimensionen zu finden habet, und die Schweren der Körper von gleicher Materie sich gegeneinander wie die Kubikinhalte selbst verhalten. Ferner die Inhalte ähnlicher Körper in eben der Verhältnis gegeneinander stehen, wie die Kubi ihrer gleichnahmigten Seiten §. 287. u. 289. so seßet: wie sich das Gewicht des Pulvers der

angenommenen Kammer zum gegebenen Gewichte der gesuchten verhält; eben so verhält sich der Kubus des Durchmessers der erstern, zum Kubus des Durchmessers der zwoten.

4. Ziehet nun aus dem gefundenen vierten Satze die Kubikwurzel, so habt ihr den verlangten Durchmesser. Auf eben diese Art suchet, wenn es nöhtig ist, auch die Tieffe der Kammer, um sie aus beiden beschreiben zu können.

Z. B. Es werde für einen Böller eine Kammer verlanget, die aus einem Cylinder ABDC, der seinen Diameter AB zur Höhe AC hat, und aus einer halben Kugel CED von nehmlichen Diameter bestehen, und fünf Pfund Pulver fassen sol. Man nehme dabei an, es wiege der Kubikschuh Pulver 60 Pfund. Fig. 99.

Da es nun in diesem Falle blos darauf ankomt, den Diameter AB der Kammer zu finden, so nehmet erstlich einen wilkührlichen Diameter ab etwan = 6 Zolle oder 72 Linien an, beschreibet damit die Kammer abdc, so daß sie der verlangten ABDC volkommen ähnlich werde, und berechnet ihren Kubikinhalt auf folgende Art: wenn der Diameter ab = $72'''$, so ist der Umkreis seines

Zirkels = $\frac{314\ ab}{100} = \frac{314 \times 72'''}{100}$,

das ist = $226''' \frac{8}{100}$ §. 149.

Der Flächeninhalt dieses Zirkels = $\frac{314\ ab}{200} \times \frac{ab}{2} = \frac{314 \times 72'''}{200} \times 36'''$. Das ist =

$= 4069''' \frac{88}{200}$ §. 213., und der Kubikinhalt des Cylinders abdc $= \frac{314\ ab}{200} \times \frac{ab}{2} \times ac$ oder ab.

D. i. $4069''' \frac{88}{200} \times 72''' = 292999''' \frac{136}{200}$

Ferner ist der Kubikinhalt der halben Kugel cde gleich einem Cylinder, dessen Durchmesser cd $=$ ab, und die Höhe $= \frac{2fe}{3}$ §. 327.

D. i. $4069 \frac{88}{200} \times 24 = 97666''' \frac{112}{200}$.

Addiret nun beide Kubikinhalte zusammen, so ist $292999 \frac{136}{200} + 97666 \frac{112}{200} = 390666'''$

$\frac{48}{200}$, dem Kubikinhalte der ganzen angenommenen Kammer.

Setzet nun nach N. 2. 1 Kubikschuh oder $2985984'''$, verhält sich zum gefundenen Inhalte der Kammer $390666''' \frac{48}{200}$, wie 60 Pfund zum vierten Gliede,

so ist $390666''' \frac{48}{200} \times 60$ Pf.

$$= \frac{2985984}{} = 7 \text{ Pf. } 27 \text{ Loht}$$

dem Gewichte des Pulvers, so diese Kammer fassen kan.

Weil nun die verlangte Kammer dieser angenommenen ähnlich ist, so setzet nach §. 289. u. 334.

7 Pf. 27 Loht : 5. Pf. $=$ Kubus des Diameters ab :

zum

zum Kubus des gesuchten AB, so wird

$$\frac{373248 \times 5 \text{ Pf.}}{7 \text{ Pf. } 27 \text{ Loht}} = 237927''' = \overline{AB}^3 \text{ sein,}$$

und $\sqrt[3]{237927'''} = 61''', \frac{2}{10} = 5'', 1''' \frac{2}{10}$

= AB dem gesuchten Diameter der Kammer.

Soltet ihr auch noch das Segment AIB, so durch das Aufsitzen der Bombe von dem Inhalte der Kammer hinweggenommen wird, in Betrachtung ziehen, das ist, sol die Kammer ohne diesem Segmente den gegebenen Inhalt haben, so berechnet zuvor mit Hülfe des gefundenen Diameters AB, und des Radius AO der Bombe, den Kubikinhalt des Segments AIB nach §. 329. suchet, wieviel das darin enthaltene Pulver am Gewichte betrage, und addiret solches zu dem gegebenen Gewichte des Pulvers, so die Kammer fassen sol; stellet hierauf die Berechnung mit diesem vermehrten Gewichte anstaat mit dem gegebenen nach N. 3 u. 4. nochmals an, so werdet ihr einen Diameter für die Kammer finden, der etwas grösser als der vorige ist; und wiewohl nun die Bombe in diese erweiterte Kammer neuerdings etwas tieffer hinein sitzet, folglich das durch sie hinweggenommene Segment um etwas grösser als das vorige wird, so ist doch der Unterschied davon so geringe, daß man das Gewicht des Pulvers, welches diese Kammer von dem zulezt berechneten Diameter ohne dem Segmente der Bombe fassen kan, ohne sehr merklichen Fehler dem gegebenen Gewichte gleich ansehen kan.

Die alhier gegebene Auflösung der Aufgabe ist nur in dem Falle brauchbar, wenn die Verhältnis

der Dimensionen gegeneinander, z. B. in der cylindrischen Kammer die Verhältnis des Durchmessers zur Tieffe gegeben ist, weil es sonst unmöglich fiele, einen ähnlichen Körper zu dem gesuchten zu entwerfen. Ist aber diese Verhältnis unbekant, so ist gar kein anderes Mittel, als nach der algemeinen Methode zu verfahren, und nach den gewöhnlichen Regeln der Algebra aus den gegebenen und bekanten Grössen die unbekante zu suchen; die Auflösung des gegebenen Beispiels ist nach dieser Art folgende:

Es sei $AB = AC = x$, so ist $FE = \frac{x}{2}$ die Verhältnis des Durchmessers zum Umkreise sei $d : p$, so ist die Grundfläche der Kammer $= \frac{px^2}{4d}$ und der Inhalt des Cylinders $ABDC = \frac{px^3}{4d}$. Der Inhalt der halben Kugel $CED = \frac{px^3}{12d}$; folglich der Inhalt der gesamten Kammer $\frac{px^3}{4d} + \frac{px^3}{12d} = m^3$,

d. i. $\frac{4px^3}{12d} = \frac{px^3}{3d} = m^3$, also $x^3 = \frac{3dm^3}{p}$,

und $x = \sqrt[3]{\frac{3dm^3}{p}}$.

Wäre die Aufgabe so eingerichtet, daß eine von den Dimensionen, z. B. der Durchmesser der Kammer, so ebenfals wieder cylindrisch werden sol, gegeben ist, die Tieffe derselben aber gesucht wer-

den

den sol; so seze man AB = a, GE = x; so ist $EF = \frac{a}{2}$, und $GF = x - \frac{a}{2} = \frac{2x - a}{2}$

so ist die Grundfläche der Kammer = $\frac{pa^2}{4d}$, der Inhalt des Cylinders = $\frac{2pa^2x - pa^3}{8d}$, und der halben Kugel = $\frac{pa^3}{12d}$; folglich der Inhalt der ganzen Kammer = $\frac{2pa^2x - pa^3}{8d} + \frac{pa^3}{12d} = m^3$,

folglich $\frac{6pa^2x - pa^3}{24d} = m^3$, und $x = \frac{24dm^3 - pa^3}{6pa^2}$

Von dem Kaliber.

§. 533. Bei dem kleinen Feuergewehr sowohl, als dem groben Geschüze wird der Durchmesser der Mündung desselben der **Kaliber des Geschützes** oder auch (die Bohrung), und der Durchmesser der Kugel so daraus geschossen wird, der **Kaliber der Kugel** genennet. Lezterer ist aus besondern Ursachen allezeit etwas kleiner als der erstere, und der Unterschied von beiden heist der **Spielraum**; der bei verschiedenen Völkern verschieden angenommen wird.

§. 534. Da die grössere oder geringere Schwere zweener Körper von einerlei Materie in dem Dasein einer grössern oder kleinern Anzahl Teile derselben bestehet, und diese nach dem Verhältnis ihrer Anzahl auch einen grössern oder kleinern Raum einnehmen, oder eigentlich den Kubikinhalt der Körper ausmachen, so verhalten sich die Schweren zweener Körper von gleicher

Materie gegeneinander wie ihre Kubikinhalte, und da sich die leztere in ähnlichen Körpern, wie die Kubi ihrer gleichnahmigten Linien verhalten, so verhalten sich auch die Schweren ähnlicher Körper, z. B. der Kugeln von einerlei Materie, wie die Kubi ihrer gleichnahmigten Linien, d. i. wie die Kubi ihrer Durchmesser oder Kaliber. Hieraus folget die Auflösung folgender Aufgaben.

Aufgabe.

§. 535. Aus der bekanten Schwere und Durchmesser einer Kugel, die Schwere oder den Durchmesser einer andern von gleicher Materie, wenn eines oder das andere von beiden gegeben ist, zu finden.

Auflösung. 1. Es sei das Gewicht der einen Kugel $= a$, ihr Kaliber $= b$; das Gewicht der andern $= c$ und ihr Kaliber $= x$; so ist $a : c = b^3 : x^3$, folglich $x = \frac{\sqrt[3]{b^3 c}}{a}$.

2. Es sei wiederum das Gewicht der ersten Kugel $= a$, und ihr Kaliber $= b$; das Gewicht der andern $= x$, und ihr Kaliber $= c$; so ist $b^3 : c^3 = a : x$, folglich $x = \frac{ac^3}{b^3}$.

Z. B. 1. Es sei das Gewicht einer eisernen Kugel $=$ 1 Pf. ihr Durchmesser $=$ 1″, 10‴, 10⁗, oder 274⁗ Wienermaas, so ist der Kubus davon $=$ 20570824. Dann die Schwere einer andern Kugel von eben der Materie $=$ 24 Pf. so setzet um den Kaliber der leztern zu finden:

1 Pf.

$$1 \text{ Pf.} : 24 \text{ Pf.} = 20570824 : x^5,$$

$$\text{und } \frac{20570824 \times 24}{1} = 493699776 = x^3,$$

folglich $\sqrt[3]{493699776} = 790''' = 5'', 5''',$ $10'''' = x.$

2. Wenn der Durchmesser oder Kaliber einer 1pfündigen eisernen Kugel $= 1'', 10''', 10''''$ $= 274''''$, und der Kaliber einer andern Kugel $= 4'', 4''', 5'''' = 629''''$, dessen Kubus $= 248858189$ ist, gegeben sind, und man verlangt die Schwere zu finden, so setzet:

$$20570824 : 248858189 = 1 \text{ Pf.} : x,$$

$$\text{und } \frac{248858189 \times 1 \text{ Pf.}}{20570824} = 12 \text{ Pf.} = x.$$

Aufgabe.

§. 536. Aus dem Kaliber einer gegebenen Kugel den Kaliber des Stuckes, oder umgekehrt, aus dem Kaliber des Geschützes den Kaliber der Kugel zu finden.

Auflösung. Da es hier blos auf das eingeführte Verhältnis zwischen dem Kaliber der Kugel und dem Kaliber des Geschützes ankomt, so setze man, daß sich der erste zum zweiten wie der Kaliber einer siebenpfündigen Kugel zu dem Kaliber einer achtpfündigen eisernen Kugel verhalten solle; oder auch überhaupt wie m : n.

Es sei demnach der Kaliber der gegebenen Kugel $= a$ und des dazu gehörigen Geschützes $= x$, so ist

$$m : n = a : x,$$

$$\text{folglich } \frac{an}{m} = x.$$

Z. B. Es sei der Kaliber einer gegebenen Kugel = 4″, 9‴, 8⁗ = 692⁗; der Diameter einer siebenpfündigen = 3″, 7‴, 9⁗ = 525⁗; und einer achtpfündigen = 3″, 9‴, 9⁗ = 549⁗, so ist

$$525 : 549 = 692 : x$$

$$\frac{692 \times 549}{525} = 723^{⁗} = 5'', 0''', 3^{⁗} = x,$$

d. i. dem Kaliber des Geschützes der gegebenen Kugel.

Wäre zu dem gegebenem Geschütze die kalibermässige Kugel zu suchen, so wird die Proportion umgekehrt.

Um bei der Untersuchung der Kaliber überhaupt der beschwerlichen Rechnung überhoben zu sein, so werden sie ihrer Ordnung nach auf einen besondern Maasstab, den man den **Kaliberstab** nennet, aufgetragen, und das Gewicht der Kugel von dieser oder iener Materie dazu geschrieben. Diese Kaliberstäbe aber werden auf folgende Art verfertiget.

Aufgabe.

§. 537. Einen Kaliberstab einzuteilen.

Auflösung. 1. Berechnet die Kaliber der Kugeln von einer gewissen Materie z. B. von Stein von 1 bis 32 Pf. nach §. 535.

Fig. 100.

2. Ziehet eine Linie AS, traget den Kaliber von dem 32sten Pfunde aus A gegen S; errichtet daselbst eine Perpendikular SC; traget die Kaliber von 1, 2, 3, 4 u. s. w. bis 32 Pf., alle aus S gegen C auf, und ziehet nach allen Teilungspunkten aus A schräge Linien.

3. Traget den Kaliber einer eisernen Kugel von 32 Pf. aus A in E, errichtet in E die Perpendikular EI, so wird sie durch die schräge Linien ebenfals in die Kaliber der Kugeln von 1 bis 32 Pf. Eisen eingeteilet sein; weil die Dreiecke ACS und AIE u. s. w. einander ähnlich sind, und folglich ihre gleichnahmigte Seiten in Proportion stehen.

4. Auf eben diese Art verfahret mit dem Kaliber einer 32pfündigen bleiernen Kugel, so wird die Perpenditular BL, aus eben dem Grunde in die Kaliber der bleiernen Kugeln von 1 bis 32 Pf. eingeteilet.

5. Um nun auch die Kaliber der Geschütze, oder die Bohrungen zu bekommen, so mus die Proportion, so zwischen dem Kaliber der Kugel, und dem Kaliber des Geschützes angenommen worden, zum Grunde geleget werden; und zwar wäre solche z. B. bei den eisernen Kugeln und dem Geschütze, wie der Kaliber einer siebenpfündigen zu dem Kaliber einer achtpfündigen Kugel, so errichtet auf der Eisenlinie EI aus den Teilungspunkte des achten Pfundes eine Perpendikular 8H, und durch D, wo sie nehmlich die schräge Linie des siebenten Pfundes durchschneidet, ziehet mit EI eine Parallel MN, so wird diese die Kaliber oder die Bohrungen der Stücke von 1 bis 32 Pf. enthalten.

Auf die nehmliche Art hat man bei den Steinkugeln zu verfahren, um die Linie der Bohrungen OP zu erhalten, wenn z. B. die Proportion zwischen dem Kaliber der Kugel und dem Kaliber des Geschützes, wie 20 Pf. zu 23 Pf. angenommen wäre.

6. Um den Kugelkaliber des ersten Pfundes Eisen in 32 Loht einzuteilen, so traget denselben aus A in e, errichtet daselbst eine Perpenditular ei, so findet ihr

auf derselben die Kaliber von 1 bis 32 Loht in eben der Ordnung nacheinander, wie die Pfunde auf EI. Eben dieses ist bei dem Blei- und Steinkaliber zu beobachten.

7. Verlanget man endlich noch das erste Loht in vier Quintel zu teilen, so traget den Kaliber des ersten Lohts aus A in Q, und errichtet daselbst die Perpendikular QR, so wird sie durch die schrähe Linien des 8ten, 16ten, 24ten und 32ten Pfundes in die verlangte Quintel geteilet.

Weil die ganze Figur zu einem Kaliberstabe etwas unbequem wäre, so werden nur die zwo Parallelen, so die Kaliber der Kugeln von einer gewissen Materie, und die Kaliber der dazu gehörigen Geschütze oder die Spielraume enthalten, wie z. B. SC und OP von Stein, EI und MN von Eisen u. s. w., auf eine Messinge Platte, oder auf einen viereckigten Stab genau aufgetragen, und die Pfunde und Materie der Kugeln dazu geschrieben.

Aufgabe.

§. 538. Die Schwere einer Bombe, deren äusserer und innerer Durchmesser bekant sind, zu finden.

Fig. 101. Auflösung. 1. Berechnet die Bombe nach dem äussern Durchmesser AB als eine volle Kugel nach §. 326., desgleichen den innern leeren Raum nach dem innern Durchmesser CD, wenn solcher eine Kugel vorstellet.

2. Ziehet den Kubikinhalt des leeren Raumes von der vollen Kugel ab, so verbleibt der Inhalt der Bombe selbst übrig.

3.

3. Wenn ihr nun wisset, wieviel ein gewisses Kubikmaas Eisen, z. B. ein Kubikschuh wieget, so setzet: 1 Kubikschuh verhält sich zum Kubikinhalte der Bombe, wie das Gewicht von 1 Kubikschuh Eisen zum Gewichte der Bombe.

Oder: 1. Nehmet den äussern Durchmesser der Bombe mit einem Zirkel, suchet auf dem Kaliberstabe auf der Eisenlinie, wieviel eine volle Kugel von diesem Durchmesser wiegen würde, und eben dieses verrichtet mit dem innern Durchmesser.

2. Ziehet die gefundene Schwere der Kugel des innern Durchmessers von der Schwere der Kugel des äussern ab, so verbleibet die eigentliche Schwere der Bombe übrig.

Wäre nur der äussere Durchmesser nebst der Schwere einer Bombe bekant, und man solte den innern finden (vorausgesezt, daß der innere Raum kugelförmig sei), so suchet zu dem äussern Durchmesser die Schwere einer vollen Kugel wie oben, ziehet davon die gegebene Schwere der Bombe ab, so verbleibt die Schwere der Kugel des innern Durchmessers, welchen man nach obiger Art entweder durch die Rechnung, oder auf dem Kaliberstabe finden kan.

Wäre aber der innere Raum einer Bombe keine ganze Kugel, sondern es gienge wie bei vielen Bomben geschiehet, ein Abschnit ABC davon ab, Fig. 102. so verstehet sich von selbsten, daß man dasselbe besonders berechnen müsse.

Auf-

Aufgabe.

§. 539. Aus einem Stücke einer zersprungenen Bombe den äussern und innern Durchmesser, und folglich auch die Schwere der ganzen Bombe zu finden.

Fig. 103. Auflösung. 1. Merket auf einem Lineale zween Punkte A und C, die von einem dritten B in gleicher und schicklicher Weite abstehen.

2. Leget dieses Lineal dergestalt an die Oberfläche des Stuckes der zersprungenen Bombe, daß der Punkt B dieselbe berühre, oder daß A und C gleichweit von der Oberfläche abstehen, folglich AF = CD werde, und beide perpendikular auf AC stehen.

3. Messet nun AC und AF = CD = BE, und sehet AC als die Sehne FD, AF aber als den Teil BE des Durchmessers, der zwischen dem Bogen und der Sehne enthalten ist, an, so könt ihr den ganzen Durchmesser der äussern Fläche nach §. 151. finden.

4. Messet noch die Sehne IL samt dem Teile GH des Durchmessers, der zwischen der Sehne und dem Bogen LGI der innern Fläche enthalten ist, so läst sich der Durchmesser der innern Fläche wie der äussern finden.

5. Da ihr also so wohl den äussern als innern Durchmesser der Bombe habet, so könnet ihr ihre Schwere nach §. 538. bestimmen.

Bei der Ausmessung des Bombenstückes hat man sich hauptsächlich in Acht zu nehmen, daß das gemessene Segment von einem der grösten Zirkel sei; wiedrigenfals die Auflösung nicht richtig sein würde.

Auf=

Aufgabe.

§. 540. Bei Versuchen mit dem Bombenwerfen die erreichte Wurfweiten so wohl, als die Abweichung von der Richtungslinie zu finden.

Auflösung. 1. Messet etwas vor der Batterie eine gerade Linie AB von beliebiger doch schicklicher Länge. Fig. 104.

2. Stellet in ihre Endpunkte A und B zween Mestische, oder wenn ihr wollet, auf zween eingeschlagenen Pfählen nur zwei Reisbretter, auf deren ieden ihr die abgemessene Linie Ab und Ba nach dem verjüngten Maasstabe auftraget, nachdem der in A nach B, und der im B nach A mittelst Dioptern visieret hat.

3. Visieret so wohl der in A als in B nach ieden Böller F, G, H, I, und auch die für ieden ausgesteckte Stange oder Fähnlein P, L, M, N, und ziehet auf dem Tische die Visierlinien indessen unbestimt.

4. Schicket einer dem andern seine erhaltene Winkel, oder noch besser, sie geben sichs einander nach ieder Visierung durch verabredete Zeichen zu verstehen.

5. Der in A träget die Winkel des andern in b, der in B aber die Winkel des in A befindlichen in a, nach der Ordnung wie sie aufeinander folgen auf, damit sie die Durchschnitte in F, G, H, I, P, L, M, N bekommen, und die Richtungslinien FP, GL, HM und IN, nach welchen mit ieden Böller geworfen wird, auf dem Tische ziehen können.

6. So oft eine Bombe wie z. B. die in D geworfen wird, so lasset iemanden eine Fahne oder Stange dahin stellen, bis beide darauf visieret haben; nachdem sie ihre Visierlinien ausgezogen, einander ihre erhal-

haltene Winkel zu verstehen gegeben, und folglich den Punkt D durchschnitten haben, so werden sie auf ihrem Tische so wohl die Wurfweite, als auch die Abirrung aus der Linie rechts oder links nach dem verjüngten Maasstabe abnehmen können. Auf die nehmliche Art hat man bei iedem folgenden Wurfe zu verfahren.

Diese Art die erreichte Wurfweiten aufzumerken, ist um so bequemer, als man sich teils auf die hereinkommende Rapporte nicht alzu sicher verlassen kan, teils auch weil es damit immer langsam zugehet.

Zweites Hauptstück.

Von einigen geometrischen Operationen in der Minierkunst.

Aufgabe.

§. 541.

Den Kubikinhalt eines Stück Mauerwerks einer Minengallerie zu berechnen.

Fig. 105. Auflösung. 1. Stellet euch den perpendikularen Durchschnit CHI durch die Gallerie vor; addiret zu dem innern Durchmesser BE des Gewölbes die Dicke AB, um $AE = BE + BN + EM = NM$ als

den

den mitlern Durchmesser des Gewölbes zu bekommen. Mutipliciret ferner den halben Umkreis des mitlern Durchmessers NM durch die Gewölbdicke AB, und das Produkt hievon durch die ganze Länge des Gewölbes; wenn es an beiden Enden perpendikular abgeschnitten ist; so erhaltet ihr den Kubikinhalt des Gewölbes.

2. Multipliciret die Dicke CD eines Wiederlagers durch die Höhe AC, und das Produkt hievon durch die Länge desselben, welches leztere Produkt doppelt genommen, der Kubikinhalt beider Wiederlager sein wird.

3. Wäre die Gallerie an einem oder an beiden Enden schräge abgeschnitten, so hätte man sich bei ihrer Berechnung ungefähr wie bei den schräge abgeschnittenen Cylindern zu verhalten.

Wären die Wiederlager und das Gewölbe von gleicher Dicke, und ihr hättet den Inhalt ihres Mauerwerkes von beiden nur in einer Summe vorzustellen, so multipliciret CD oder AB durch AC + EG + NOM, und dieses Produkt nochmalen durch die Länge der Gallerie.

Aufgabe.

§. 542. Man sol sich vor einer belagerten Festung aus der dritten Parallele mit einer Minengallerie auf eine gegebene Tieffe perpendikular unter die Palisaden schräge absenken; man verlangt zu wissen, wie lang die Gallerie sein sol, und wieviel Fal man ihr auf iede Klafterlänge geben müsse. Fig. 106.

Auflösung. 1. Erwählet euch in der Parallele einen Stand A in der Vertikalfläche ACGE, in welcher die Gallerie geführet werden sol, und einen zweiten I rechts oder links von A nach Belieben. Messet

AI ab, stellet euch mit dem Instrumente in A und I, beobachtet die Winkel CAI und CIA gegen den Punkt C, unter welchem das Ende der Gallerie perpendikular kommen sol, und berechnet die Entfernung AC nach §. 456.

2. Stellet das Instrument in A vertikal, beobachtet den Höhenwinkel CAB, um die horizontale Entfernung AB und die Höhe CB nach §. 435. finden zu können.

3. Messet von dem Mittelpunkte A eures Instruments rückwärts bis in D, d. i. perpendikular über den Anfangspunkt E der Gallerie; und zugleich auch DE, als um wieviel das Instrument höher als E gestanden.

4. Addiret AD zu AB und DE = BF zu CB, um von dem erstern DB = EF, und von dem andern die Höhe CF zu bekommen, um welche die Spitze der Palisade C höher, als der Anfangspunkt E der Gallerie ist.

5. Ziehet CF von der gegebenen Tieffe CG, so die Gallerie haben sol, ab, so verbleibet der Unterschied FG, um welchen der Anfangspunkt E höher als das Ende der Gallerie ist.

6. Da ihr nun in dem rechtwinkelichten Dreiecke EFG, die Seite EF und FG kennet, so findet ihr auch EG als die Länge der Gallerie.

7. Um den Fal der Gallerie für iede Klafterlänge zu wissen, so setzet EF : FG = 1° : x,

und folglich ist $\frac{FG \times 1^\circ}{EF} = x$ dem Falle 1° Länge.

Auf=

Aufgabe.

§. 543. Den Ort zu finden, bis auf welchen eine Minengallerie bei der Ladung des nächsten Minenofens verdammet werden mus, wenn die Linie des wenigsten Widerstandes gegeben ist.

Auflösung. Man hat in der Minierkunst fast allgemein angenommen, daß das Ende der Verdammung einer Minengallerie $1\frac{1}{2}$mal soweit von dem Minenofen entfernet sein müsse, als die Länge der Linie des wenigsten Widerstandes beträget; d. i. wenn der Minenofen in A geladen werden sol, und die Linie des wenigsten Widerstandes ist $=$ AD, DC aber $= \frac{AD}{2}$, so mus die Gallerie ABF bis in C verdammet werden. Um also den Punkt C in der Gallerie zu finden, so beobachtet: Fig. 107.

1. Wenn z. B. der Winkel ABF ein rechter oder von 90° wäre, daß ihr AB messen könnet, und daß $AC = AD + \frac{AD}{2}$, folglich läst sich BC nach §. 433. berechnen.

2. Wäre aber der Winkel ABC stumpf oder spitzig, so beobachtet denselben mit einem Instrumente, und messet auch AB. Da euch nun nebst diesem Winkel in dem Dreiecke ABC auch noch $AC = AD + \frac{AD}{2}$ bekant ist, so findet ihr BC nach §. 440. Fig. 108.

3. Wäre die Gallerie zweimal, nehmlich in B und E gebrochen, so beobachtet die Winkel ABE und BEF, messet die Linie AB und BE, und betrachtet, Fig. 109.

daß ihr in dem Dreiecke ABE die Seiten AB und BE samt dem dazwischen begriffenen Winkel kennet; derowegen findet ihr den Winkel AEB, und die Seite AE nach §. 440. Ferner, weil euch in dem Dreiecke AEC die Seiten AE und $AC = AD + \frac{AD}{2}$, nebst dem Winkel $AEC = BEC - AEB$ bekant sind, so findet ihr die Seite EC nach §. 438.

Fig. 110. 4. Teilete sich aber die Gallerie in zween Aeste, von denen noch ein Teil näher beim Minenofen ist, als die Linie des wenigsten Widerstandes $1\frac{1}{2}$mal genommen beträget, so würde die Verdammung so wohl von B gegen C als E gemacht werden müssen. Um daher die Weiten BC und BE zu finden, so beobachtet die zween Winkel ABC und ABE, und messet die Linie AB. Berechnet endlich beide Dreiecke ABC und ABE, wie oben gewiesen worden.

Aufgabe.

Fig. 111. §. 544. Es sei ein Punkt X in einer Minengallerie gegeben; man verlangt den Perpendikular über demselben befindlichen Punkt auf der Oberfläche der Erde zu finden.

Auflösung. 1. Messet die Länge der Gallerien AB, BC, CX nach ihrem Mittel von dem Punkte A vor dem nächsten Eingange, bis zum gegebenen Punkt X horizontal ab, und beobachtet mit dem Instrumente die Winkel ABC und BCX, die sie in verschiedenen Orten machen; wenn alles dieses nicht schon aus einem verläslichen Minenrisse bekant ist.

2.

2. Verlängert den Teil BA der Gallerie von ihrer Mündung in gerader Linie so weit ihr könt, und etwan auf die Höhe der Brustwehre F des gegen überstehenden Werkes, und nachdem ihr die Verlängerungspunkte A und F durch aufgehangene lange Perpendikel, welche wie HI zum verschieben gerichtet sind, bemerket habet, so wird es euch nicht mehr schwer sein, die Linie FA bis in einen beliebigen Punkt D auswärts zu verlängern.

3. Erwählet einen beliebigen Punkt E, von welchem ihr iedoch noch den aufgehangenen Perpendikel in A sehen könnet; messet DE ab, und beobachtet die Winkel ADE und AED mit dem Instrumente.

4. Zeichnet nun die Figur beiläuffig auf ein Papier, ziehet darauf noch die Linien EB, EX, DC und DX, und betrachtet, daß ihr in dem Dreiecke ADE die Seite DE samt den zween anliegenden Winkeln ADE und AED kennet, also könnet ihr auch AD nach §. 437. finden.

5. Ziehet AB von AD ab, um BD zu bekommen, und da ihr in dem Dreiecke CBD die Seiten CB und BD samt dem dazwischen begriffenen Winkel CBD $= 180° -$ ABC bekant habet, so werdet ihr CD und den Winkel BCD und BDC nach §. 440. berechnen können.

6. Ziehet den Winkel BCD von BCX ab, so habet ihr DCX samt den zwo Seiten CD und CX bekant, derowegen findet ihr auch DX nebst dem Winkel CDX, und folglich auch den Winkel ADX.

7. In dem Dreiecke EDX ist der Winkel EDX $=$ ADE $+$ ADC $+$ CDX samt den zwo Seiten

DE und DX bekant, also läst sich die Seite EX, und der Winkel DEX nach §. 440. finden.

8. Stellet euch nun mit dem Instrumente in E und D, und stecket die zween Winkel DEX und EDX aus, so werden sich ihre zween Schenkel EX und DX in dem verlangten Punkte X durchschneiden.

Wollet ihr aber die Operation nicht durch die Trigonometrie verrichten, sondern mit dem Mestische zufrieden sein, so traget die gemessene Grundlinie DE auf denselben, stellet euch in D und E wie zuvor, durchschneidet den in A befindlichen Perpendikel, und ziehet AD auf dem Papier aus; ferner traget AB nach dem angenommenen verjüngten Maasstabe auf AD, und hänget BC und CX gehörig daran. Wenn ihr euch dann mit dem Tische in E befindet, und solchen gehörig orientiret habet, so leget das Lineal an die zween auf dem Papier befindliche Punkte E und X, visieret durch dasselbe, und lasset in dieser Richtung zween Stäbe m und n ungefähr in der Gegend wo ihr glaubet, daß X hinfallen werde, einstecken. Hierauf gehet mit dem Tische in D, orientiret denselben, leget in D und X an, und in dieser Richtung lasset die zween Stäbe o und p mit der vorigen Vorsicht ausstecken, so wird sich der verlangte Punkt X in dem Durchschnitte der beiden Linien mn und op, oder vielmehr Em und Do finden.

Aufgabe.

§. 545. Es sei ein Punkt X in einer Minengallerie gegeben, man verlangt zu wissen, wieviel Erde dar-

darüber lieget, oder wie gros die Linie des wenigsten Widerstandes sei.

Auflösung. 1. Suchet den perpendikular über X befindlichen Punkt auf der Oberfläche der Erde nach der vorhergehenden Aufgabe; wenn er nicht schon bekant ist.

2. Nivelliret in der Gallerie von X nach der Mündung A zu, und von dannen nach dem auf der Oberfläche bemerkten Punkt nach §. 519., so wird der Höhenunterschied die Linie des wenigsten Widerstandes anzeigen.

Aufgabe.

§. 546. Man verlangt in einer belagerten Festung einen neuen Minengang FY aus einer nächstliegenden Gallerie unter ein feindliches Logement Y zu treiben, um solches sprengen zu können; es wird gefragt: unter welchem Winkel EFY es geschehen solle, und wie lang der neue Minengang FY werden müsse. Fig. 112.

Auflösung. 1. Sehet, wo ihr ein Stück einer Gallerie DC von ihren Ausgange C bis auf ein gegen überstehendes Werk in A verlängern, und von dannen das Logement Y sehen könnet. Nebst diesem erwählet einen zweiten Punkt B, in welchem ihr A, C und Y entdecken könnet, und suchet die Entfernung AB entweder aus einem verläslichen Festungsrisse, oder durch was immer für eine geometrische Operation, wozu ihr in der Trigonometrie genug Anleitung findet, zu bestimmen.

2. Beobachtet in A die Winkel BAY und CAY, und in B, ABC und ABY, und betrachtet, daß ihr

in dem Dreiecke ABY den Winkel BAY und ABY nebst der Seite AB kennet, also findet ihr BY §. 437., und eben so könnet ihr in dem Dreiecke ABC die Seite AC berechnen, und die Figur ABYC zu Papier bringen.

3. Messet die Längen der Gallerien CD, DE und EF nebst ihren Winkeln CDE und DEF; hänget ihre Figur CDEF gehörig an die vorige, oder daß DC mit AC in gerader Linie sei, und ziehet auf derselben auch noch die Linien BD, BE, BF, FY, EY und DF.

4. Betrachtet, daß ihr in dem Dreiecke ABD die Seite AB, und DC + AC samt dem dazwischen begriffenen Winkel BAD bekant habet, also könnet ihr DB und die zween Winkel ABD und ADB nach §. 440. berechnen.

5. Ziehet den Winkel ADB von ADE ab, so kennet ihr in dem Dreiecke BDE den Winkel BDE, samt den zwo Seiten BD und DE, folglich läst sich BE und die zween Winkel DEB und DBE nach §. 440. finden.

6. In dem Dreiecke DEF ist DE und EF samt dem dazwischen begriffenen Winkel DEF bekant, derowegen könnet ihr die Seiten DF, und die Winkel EDF und EFD nach §. 440. berechnen.

7. Addiret den Winkel EDF zu BDE, so kennet ihr in dem Dreiecke BDF die Seiten BD und DF samt dem Winkel BDF, und folglich läst sich BF und die Winkel DBF und DFB finden §. 440.

8. Addiret die Winkel ABD und DBF zusammen, und ziehet ihre Summe von ABY ab, so bekomt

komt ihr in dem Dreiecke FBY den Winkel FBY, nebst den zwo Seiten FB und BY, daher könnet ihr FY nach §. 440. berechnen.

9. In dem Dreiecke EBY ist der Winkel EBY samt den zwo Seiten EB und BY bekant, also findet ihr auch die Seite EY.

10. Endlich sind in dem Dreiecke FEY alle drei Seiten bekant, folglich läst sich auch der verlangte Winkel EFY berechnen §. 442.

Wollet ihr euch anstaat der trigonometrischen Auflösung nur des Mestisches bedienen, so erwählet beide Standpunkte A und B, und bestimmet ihre Entfernung wie zuvor; ferner suchet die zween Punkte C und Y nach §. 499.; messet die Gallerie von ihrem Eingang C bis F samt ihren Winkeln ab, traget sie nach den angenommenen verjüngten Maasstabe gehörig, d. i. DC mit AC in gerader Linie auf dem Tische, und ziehet die Linie FY, so werdet ihr so wohl den Winkel EFY als die Länge FY des neuen Minenganges auf dem Papiere nach den verjüngten Maasstabe messen können.

Wäre euch der Höhenunterschied von F und Y, folglich die Linie des wenigsten Widerstandes des unter Y anzulegenden Ofens nicht bekant, um die Ladung darnach einrichten zu können, so messet irgendswo z. B. in A den Höhen- oder Tieffenwinkel gegen Y, um daraus den Höhenunterschied von A und Y wie §. 542. N. 2. geschehen, zu finden. Hierauf suchet den Höhenunterschied von A und F durch nivelliren, und ziehet beide Höhenunterschiede nehmlich den zwischen A und Y, und den zwischen A und F voneinander ab, so ist die

Dif-

Differenz der Höhenunterschied von F und Y. Hättet ihr nun denselben z. B. = 19′ gefunden, ihr möchtet aber das feindliche Logement mit einem nur 12′ tief liegenden Ofen sprengen, so mus der dahin zu treibende Minengang FY steigen, oder mit dem Horizont einen Winkel machen; um nun diesen zu finden, so betrachtet erstlich, das 19′ — 12′ = 7′, um welche der neue Minengang in Y höher als in F werden mus, und dann ist euch auch die horizontale Länge FY aus der vorigen Rechnung bekant, also könnet ihr die schräge Länge des neuen Minenganges samt dem Winkel, den er mit dem Horizont machet nach §. 432. berechnen.

Logarithmen

der

Sinus,

Von der ersten Sekunde bis auf zwei und dreissig Minuten.

Sekunden.	Minuten.			
	0′	1′	2′	3′
1	46855749	64709047	67683602	69432534
2	49866049	64779665	67719347	69456462
3	51626961	64849154	67754800	69480259
4	52876349	64917548	67789965	69503926
5	53845449	64984882	67824849	69527465
6	54637261	65051188	67859454	69550878
7	55306729	65116497	67893786	69574164
8	55886649	65180838	67927848	69597327
9	56398174	65244239	67961645	69620366
10	56855749	65306729	67995182	69643284
11	57269676	65368332	68028461	69666082
12	57647561	65429074	68061488	69688760
13	57995182	55488977	68094265	69711321
14	58317029	65548066	68126796	69733765
15	58616661	65606361	68159086	69756094
16	58896948	65663884	68191137	69778309
17	59160238	65720656	68222954	69800410
18	59408474	65776695	78254539	69822400
19	59643285	65832019	68285896	69844279
20	59866049	65886548	68317029	69866048
21	60077942	65940599	68347939	69887709
22	60279975	65993887	68378632	69909262
23	60473027	66046529	68409109	69930708
24	60657861	66098541	68439373	69952050
25	60835149	66149938	68469428	69973287
26	61005482	66200733	68499277	69994420
27	61169386	66250941	68528922	70015451
28	61327329	66300575	68558365	70036381
29	61479729	66349649	68587611	70057211
30	61626961	66398174	68616661	70077941

Gefunden.	Minuten.			
	0′	1′	2′	3′
31	61769366	66446162	68645518	70098572
32	61907248	66493627	68674184	70119107
33	62040888	66540573	68702663	70139544
34	62170538	66587027	68730955	70159886
35	62296429	66632985	68759065	70180132
36	62418774	66678461	68786994	70200285
37	62537766	66723466	68814745	70220345
38	62653585	66768009	68842319	70240313
39	62766395	66812100	68869719	70260189
40	62876349	66855748	68896948	70279975
41	62983587	66898962	68924007	70299671
42	63088242	66941750	68950898	70319278
43	63190433	66984121	68977624	70338796
44	63290275	67026082	69004187	70358228
45	63387874	67067641	69030588	70377573
46	63483327	67108807	69056829	70396832
47	63576727	67149586	69082913	70416006
48	63668161	67189986	69108841	70435095
49	63757709	67230013	69134615	70454103
50	63845449	67269675	69160237	70473026
51	63931450	67308978	69185709	70491868
52	64015782	67347929	69211033	70510628
53	64098507	67386533	69236209	70529307
54	64179686	67424797	69261241	70547906
55	64259376	67462727	69286129	70566426
56	64337629	67500328	69310875	70584868
57	64414497	67537607	69335481	70603231
58	64490029	67574569	69359948	70621517
59	64564269	67611218	69384278	70639727
60	64637251	67647561	69408473	70657860

Sekunden.	Minuten.			
	4′	5′	6′	7′
1	70675918	71641412	72430818	73098567
2	70693901	71655817	72442832	73108870
3	70711810	71670173	72454813	73119149
4	70729646	71684483	72466760	73129404
5	70747408	71698745	72478675	73139635
6	70765099	71712961	72490557	73149842
7	70782717	71727131	72502407	73160024
8	70800264	71741254	72514225	73170183
9	70817741	71755332	72526010	73180318
10	70835148	71769364	72537764	73180430
11	70852485	71783351	72549485	73200518
12	70869753	71797293	72561176	73210583
13	70886953	71811190	72572835	73220624
14	70904085	71825043	72584462	73230643
15	70921149	71838853	72596059	73240638
16	70938147	71852618	72607625	73250610
17	70955079	71866340	72619160	73260560
18	70971945	71880018	72630664	73270487
19	70988745	71893654	72642138	73280391
20	71005481	71907247	72653582	73290272
21	71022153	71920797	72664996	73300131
22	71038760	71934306	72676380	73309968
23	71055305	71947772	72687734	73319783
24	71071787	71961197	72699058	73329575
25	71088206	71974580	72710353	73339345
26	71104564	71987923	72721619	73349094
27	71120860	72001224	72732856	73358821
28	71137095	72014485	72744063	73368525
29	71153270	72027706	72755242	73378209
30	71169385	72040886	72766392	73387870

Sekunden.	Minuten.			
	4′	5′	6′	7′
31	71185440	72054027	72777514	73397511
32	71201436	72067128	72788607	73407130
33	71217374	72080189	72799672	73416727
34	71233253	72093211	72810708	73426304
35	71249074	72106195	72821717	73435859
36	71264838	72119140.	72832698	73445394
37	71280545	72132046	72843651	73454907
38	71296195	72144914	72854577	73464400
39	71311789	72157744	72865475	73473872
40	71327328	72170536	72876346	73483323
41	71342811	72183290	72887190	73492754
42	71358238	72196008	72898006	73502165
43	71373612	72208688	72908796	73511555
44	71388931	72221331	72919560	73520925
45	71404196	72233938	72930296	73530275
46	71419408	72246508	72941006	73539604
47	71434566	72259041	72951690	73548914
48	71449672	72271539	72962347	73558203
49	71464726	72284001	72972979	73567473
50	71479727	72296427	72983584	73576723
51	71494677	72308818	72994164	73585954
52	71509576	72321173	73004718	73595165
53	71524423	72333494	73015246	73604356
54	71539221	72345779	73025749	73613528
55	71553967	72358030	73036227	73622681
56	71568664	72370246	73046679	73631814
57	71583312	72382429	73057106	73640929
58	71597910	72394577	73067509	73650024
59	71612459	72406691	73077886	73659100
60	71626960	72418771	73088239	73668157

Sekunden.	Minuten.			
	8′	9′	10′	11′
1	73677195	74187716	74644487	75057756
2	73686215	74195737	74651707	75064321
3	73695216	74203742	74658916	75070876
4	73704198	74211733	74666112	75077422
5	73713162	74219709	74673296	75083958
6	73722107	74227670	74680469	75090483
7	73731034	74235617	74687629	75096999
8	73739943	74243549	74694778	75103506
9	73748832	74251467	74701915	75110002
10	73757705	74259370	74709041	75116489
11	73766559	74267259	74716154	75122966
12	73775396	74275134	74723257	75129434
13	73784214	74282995	74730347	75125892
14	73793014	74290841	74737426	75142340
15	73801796	74298673	74744493	75148779
16	73810561	74306491	74751549	75155208
17	73819308	74314295	74758594	75161628
18	73828038	74322085	74765627	75168038
19	73836750	74329861	74772649	75174439
20	73845444	74337624	74779659	75180830
21	73854122	74345372	74786658	75187212
22	73862782	74353106	74793646	75193585
23	73871424	74360827	74800623	75199948
24	73880050	74368534	74807588	75206302
25	73888658	74376228	74814542	75212646
26	73897249	74383908	74821485	75218982
27	73905824	74391574	74828417	75225308
28	73914381	74399227	74835338	75231625
29	73922922	74406866	74842248	75237933
30	73931446	74414492	74849147	75244231

Sekunden.	Minuten.			
	8′	9′	10′	11′
31	73939953	74422104	74856035	75250521
32	73948444	74429703	74862913	75256801
33	73956918	74437289	74869779	75263073
34	73965375	74444862	74876634	75269335
35	73973816	74452421	74883479	75275588
36	73982241	74459968	74890313	75281833
37	73990650	74467501	74897136	75288068
38	73999042	74475021	74903949	75294295
39	74007418	74482529	74910750	75300512
40	74015778	74490023	74917541	75306721
41	74024121	74497504	74924322	75312920
42	74032449	74504973	74931092	75319111
43	74040761	74512428	74937851	75325294
44	74049057	74519871	74944600	75331467
45	74057337	74527302	74951339	75337631
46	74065601	74534719	74958067	75343787
47	74073850	74542124	74964784	75349934
48	74082083	74549516	74971492	75356073
49	74090301	74556896	74978188	75362202
50	74098503	74564263	74984875	75368324
51	74106689	74571618	74991551	75374436
52	74114860	74578960	74998217	75380540
53	74123016	74586290	75004873	75386635
54	74131155	74593607	75011519	75392722
55	74139282	74600912	75018154	75398800
56	74147392	74608205	75024780	75404870
57	74155487	74615486	75031395	75410931
58	74163567	74622754	75038000	75416984
59	74171631	74630011	75044595	75423029
60	74179681	74637255	75051181	75429065
	9′	10′	11′	12′

Sekunden.	Minuten.			
	12′	13′	14′	15′
1	75435092	75782249	76103697	76402983
2	75441112	75787806	76108858	76407800
3	75447123	75793356	76114012	76412612
4	75453125	75798899	76119161	76417419
5	75459120	75804435	76124304	76422221
6	75465106	75809964	76129440	76427017
7	75471084	75815485	76134571	76431808
8	75477053	75821000	76139695	76436593
9	75483015	75826508	76144813	76441373
10	75488968	75832009	76149926	76446149
11	75494913	75837503	76155032	76450918
12	75500850	75842990	76160132	76455683
13	75506779	75848470	76165227	76460442
14	75512700	75853943	76170315	76465196
15	75518613	75859409	76175397	76469945
16	75524518	75864369	76180474	76474689
17	75530414	75870321	76185544	76479428
18	75536303	75875767	76190609	76484161
19	75542184	75881206	76195668	76488889
20	75548057	75886638	76200721	76493613
21	75553921	75892063	76205768	76498331
22	75559778	75897481	76210809	76503043
23	75565527	75902893	76215844	76507751
24	75571469	75908298	76220873	76512454
25	75577302	75913696	76225897	76517151
26	75583127	75919088	76230915	76521844
27	75588945	75924473	76235927	76526531
28	75594755	75929851	76240933	76531214
29	75600557	75935223	76245934	76535891
30	75606352	75940588	76250928	76540563

Sekunden.	Minuten.			
	12′	13′	14′	15′
31	75612138	75945946	76255917	76545231
32	75617917	75951298	76260901	76549893
33	75623689	75956643	76265878	76554550
34	75629452	75961981	76270850	76559203
35	75635208	75967313	76275816	76563850
36	75640957	75972639	76280777	76568492
37	75646698	75977958	76285732	76573130
38	75652431	75983270	76290681	76577762
39	75658157	75988576	76295624	76582390
40	75663875	75993876	76300562	76587012
41	75669585	75999169	76305495	76591630
42	75675289	76004455	76310421	76596243
43	75680984	76009735	76315342	76600850
44	75686672	76015009	76320258	76605453
45	75692353	76020277	76325168	76610052
46	75698026	76025538	76330073	76614645
47	75703692	76030792	76334971	76619233
48	75709351	76036040	76339865	76623817
49	75715002	76041282	76344753	76628395
50	75720646	76046518	76349635	76632969
51	75726282	76051747	76354512	76637538
52	75731912	76056970	76359384	76642103
53	75737533	76062187	76364250	76646662
54	75743148	76067397	76369110	76651217
55	75748755	76072602	76373965	76655767
56	75754356	76077800	76378815	76660312
57	75759949	76082991	76383659	76664852
58	75765534	76088177	76388498	76669388
59	75771113	76093356	76393332	76673919
60	75776684	76098530	76398160	76678445
	13′	14′	15′	16′

Secunden.	Minuten.			
	16′	17′	18′	19′
1	76682967	76945988	77193986	77428583
2	76687484	76950240	77198001	77432388
3	76691996	76954487	77202013	77436189
4	76696503	76958730	77206021	77439987
5	76701006	76962969	77210026	77443781
6	76705504	76967204	77214027	77447573
7	76709998	76971435	77218024	77451360
8	76714486	76975662	77222017	77455145
9	76718970	76979884	77226007	77458926
10	76723450	76984103	77229993	77462705
11	76727925	76988317	77233976	77466479
12	76732395	76992528	77237955	77470251
13	76736861	76996734	77241930	77474019
14	76741322	77000936	77245902	77477784
15	76745779	77005134	77249869	77481546
16	76750231	77009328	77253834	77485304
17	76754678	77013518	77257794	77489059
18	76759121	77017704	77261752	77492811
19	76763559	77021886	77265705	77496560
20	76767993	77026064	77269655	77500306
21	76772422	77030238	77273601	77504048
22	76776847	77034407	77277544	77507787
23	76781267	77038573	77281483	77511523
24	76785683	77042735	77285419	77515255
25	76790094	77046893	77289351	77518985
26	76794501	77051047	77293279	77522711
27	76798904	77055197	77297204	77526434
28	76803302	77059343	77301125	77530154
29	76807695	77063485	77305043	77533871
30	76812084	77067623	77308957	77537584

Sekunden.	Minuten.			
	16′	17′	18′	19′
31	76816469	77071757	77312868	77541294
32	76820849	77075887	77316776	77545001
33	76825224	77080014	77320679	77548705
34	76829596	77084136	77324579	77552406
35	76833963	77088254	77328476	77556104
36	76838325	77092369	77332369	77559798
37	76842683	77096480	77336259	77563490
38	76847037	77100586	77340145	77567178
39	76851387	77104689	77344028	77570863
40	76855732	77108788	77347908	77574545
41	76860072	77112883	77351783	77578224
42	76864409	77116975	77355656	77581900
43	76868741	77121062	77359525	77585572
44	76873069	77125146	77363390	77589242
45	76877392	77129225	77367252	77592908
46	76881711	77133301	77371111	77596572
47	76886026	77137373	77374966	77600232
48	76890337	77141442	77378818	77603889
49	76894643	77145506	77382666	77607543
50	76898945	77149567	77386511	77611194
51	76903243	77153624	77390353	77614842
52	76907536	77157677	77394191	77618487
53	76911826	77161726	77398026	77622129
54	76916111	77165772	77401857	77625768
55	76920392	77169814	77405685	77629403
56	76924668	77173852	77409510	77633036
57	76928941	77177886	77413331	77636666
58	76933209	77181917	77417149	77640292
59	76937473	77185943	77420964	77643916
6	67941733	77189966	77424775	77647537

Sekunden.	Minuten.			
	20′	21′	22′	23′
1	77651154	77862872	78064747	78257653
2	77654769	77866315	78068033	78260797
3	77658380	77869755	78071317	78263938
4	77661989	77873192	78074599	78267077
5	77665594	77876627	78077878	78270214
6	77669197	77880058	78081154	78273348
7	77672797	77883488	78084428	78276481
8	77676393	77886914	78087699	78279611
9	77679987	77890337	78090968	78282738
10	77683577	77893758	78094235	78285864
11	77687165	77897177	78097499	78288987
12	77690750	77900592	78100761	78292108
13	77694332	77904005	78104020	78295227
14	77697910	77907415	78107277	78298343
15	77701486	77910823	78110531	78301458
16	77705059	77914228	78113783	78304570
17	77708629	77917630	78117032	78307680
18	77712196	77921029	78120279	78310787
19	77715760	77924426	78123524	78313893
20	77719322	77927820	78126766	78316996
21	77722880	77931212	78130006	78320097
22	77726435	77934601	78133243	78323195
23	77729988	77937987	78136478	78326292
24	77733537	77941371	78139711	78329386
25	77737084	77944752	78142941	78332478
26	77740628	77948130	78146168	78335568
27	77744169	77951506	78149394	78338656
28	77747707	77954879	78152617	78341741
29	77751242	77958250	78155837	78344825
30	77754774	77961617	78159055	78347906

Secunden.	Minuten.			
	20′	21′	22′	23′
31	77758303	77964983	78162271	78350985
32	77761830	77968345	78165484	78354062
33	77765354	77971705	78168695	78357136
34	77768874	77975063	78171904	78360209
35	77772392	77978418	78175110	78363279
36	77775907	77981770	78178314	78366347
37	77779420	77985120	78181516	78369413
38	77782929	77988467	78184715	78372477
39	77786436	77991811	78187912	78375538
40	77789939	77995153	78191106	78378598
41	77793440	77998493	78194298	78381655
42	77796938	78001830	78197488	78384710
43	77800434	78005164	78200676	78387763
44	77803926	78008496	78203861	78390814
45	77807416	78011825	78207043	78393863
46	77810903	78015151	78210224	78396909
47	77814387	78018475	78213402	78399954
48	77817868	78021797	78216578	78402996
49	77821347	78025116	78219751	78406036
50	77824822	78028432	78222922	78409074
51	77828295	78031746	78226091	78412110
52	77831765	78035058	78229258	78415144
53	77835233	78038367	78232422	78418176
54	77838697	78041673	78235584	78421205
55	77842159	78044977	78238743	78424233
56	77845618	78048278	78241901	78427258
57	77849075	78051577	78245056	78430281
58	77852528	78054873	78248209	78433302
59	77855979	78058167	78251359	78436321
60	77859427	78061458	78254507	78439338

Sekunden.	Minuten.			
	24′	25′	26′	27′
1	78442353	78619571	78789736	78953534
2	78445366	78622410	78792517	78956212
3	78448377	78625300	78795297	78958889
4	78451385	78628189	78798075	78961564
5	78454392	78631075	78800850	78964237
6	78457396	78633960	78803625	78966909
7	78460398	78636843	78806397	78969579
8	78463399	78639723	78809167	78972248
9	78466397	78642602	78811936	78974914
10	78469393	78645479	78814703	78977580
11	78472387	78648354	78817469	78980243
12	78475379	78651228	78820232	78982905
13	78478369	78654099	78822994	78985565
14	78481357	78656968	78825754	78988224
15	78484343	78659836	78828512	78990881
16	78487326	78662702	78831269	78993536
17	78490308	78665565	78834023	78996190
18	78493288	78668427	78836776	78998842
19	78496265	78671287	78839528	79001493
20	7849924I	78674145	78842277	79004141
21	78502215	78677001	78845025	79006789
22	78505186	78679856	78847771	79009434
23	78508156	78682708	78850515	79012078
24	78511123	78685559	78853258	79014721
25	78514088	78688408	78855999	79017362
26	78517052	78691254	78858738	73020001
27	78520013	78694099	78861475	79022639
28	78522973	78696942	78864211	79025275
29	78525930	78699784	78866945	79027909
30	78528885	78702623	78869677	79030542

Sekunden.	Minuten.			
	24′	25′	26′	27′
31	78531839	78705461	73872407	79033173
32	78534790	78708296	78875136	79035803
33	78537739	78711130	78877863	79038431
34	78540687	78713962	78880589	79041057
35	78543623	78716792	78883312	79043682
36	78546575	78719621	78886034	79046305
37	78549517	78722447	78888754	79048927
38	78552456	78725272	78891473	79051547
39	78555393	78728095	78894190	79054166
40	78558329	78730916	78896905	79056783
41	78561262	78733735	78899618	79059398
42	78564193.	78736553	78902330	79062012
43	78567123	78739367	78905040	79064624
44	78570050	78742181	78907749	79067235
45	78572976	78744993	78910455	79069844
46	78575899	78747803	78913160	79072451
47	78578821	78750611	78915864	79075057
48	78581740	78753417	78918565	79077662
49	78584658	78756222	78921265	79080265
50	78587574	78759025	78923963	79082866
51	78590487	78761826	78926660	79085466
52	78593399	78764625	78929355	79088064
53	78596309	78767422	78932048	79090660
54	78599217	78770218	78934740	79093256
55	78602123	78773011	78937430	79095849
56	78605027	78775803	78940118	79098441
57	78607920	78778594	78942804	79101031
58	78610829	78781382	78945489	79103620
59	78613727	78784168	78948173	79106208
60	78616623	78786953	78950854	79108793

Secunden.	Minuten.			
	28′	29′	30′	31′
1	79111378	79263685	79410831	79553153
2	79113960	79266179	79413241	79555486
3	79116542	79268671	79415651	79557818
4	79119121	79271162	79418059	79560149
5	79121699	79273651	79420465	79562478
6	79124276	79276139	79422871	79564806
7	79126851	79278626	79425275	79567133
8	79129425	79281111	79427677	79569458
9	79131997	79283595	79430079	79571782
10	79134567	79286077	79432479	79574105
11	79137136	79288558	79434877	79576427
12	79139704	79291037	79437275	79578747
13	79142269	79293516	79439671	79581067
14	79144834	79295992	79442066	79583385
15	79147397	79298407	79444459	79585702
16	79149958	79300941	79446851	79588017
17	79152518	79303414	79449242	79590331
18	79155076	79305885	79451631	79592645
19	79157633	79308354	79454019	79594956
20	79160189	79310823	79456406	79597267
21	79162743	79313289	79458792	79599576
22	79165295	79315755	79461176	79601885
23	79167846	79318219	79463559	79604192
24	79170395	79320682	79465940	79606497
25	79172943	79323143	79468321	79608802
26	79175489	79325603	79470700	79611105
27	79178034	79328061	79473077	79613407
28	79180578	79330518	79475454	79615708
29	79183120	79332974	79477829	79618008
30	79185660	79335428	79480203	79620306

Secunden.	Minuten.			
	28′	29′	30′	31′
31	79188199	79337881	79482575	79622603
32	79190736	79340332	79484946	79624899
33	79193272	79342783	79487316	79627194
34	79195807	79345231	79489685	79629487
35	79198340	79347679	79492052	79631780
36	79200871	79350125	79494418	79634071
37	79203401	79352569	77496783	79636361
38	79205930	79355012	79499146	79638649
39	79208457	79357454	79501508	79640937
40	79210983	79359895	79503869	79643223
41	79213507	79362334	79506229	79645508
42	79216030	79364772	79507587	79647792
43	79218551	79367208	79510944	79650075
44	79221071	79369643	79513300	79652356
45	79223589	79372077	79515654	79654637
46	79226106	79374509	79518008	79656916
47	79228621	79376940	79520360	79659194
48	79231135	79379369	79522710	79661470
49	79233648	79381798	79525060	79663746
50	79236159	79384224	79527408	79666020
51	79238668	79386650	79529755	79668293
52	79241177	79389074	79532100	79670565
53	79243683	79391497	79534444	79672836
54	79246188	79393918	79536787	79675106
55	79248692	79396338	79539129	79677374
56	79251195	79398757	79541470	79679641
57	79253696	79401175	79543809	79681907
58	79256195	79403591	79546147	79684172
59	79258693	79406005	79548484	79686436
60	79261190	79408419	79550819	79688698
	29′	30′	31′	32′

Register
der merkwürdigsten Sachen.

Seite §.

Abstände der aufgenommenen Punkten gegen Nord oder Süd, Ost oder West wie sie zu berechnen..... 147 § 492

Aufgaben verschiedene von der praktischen Trigonometrie, als:

Die Entfernung eines Punkts von zween andern zu messen..... 67 § 456

Aus einem gegebenen Punkte eine Perpendikular auf dem Felde auszustecken.. 69 § 457

Zu einer gegebenen Linie eine Parallel auszustecken..... 71 § 459

Die Höhe eines Obiekts in verschiedenen Fällen zu messen..... 75 § 463

Wenn die Entfernung zweener Punkten bekant, wie die von zweenen andern zu finden..... 88 § 470

Wie zu einer unzugänglichen Linie eine Parallel zu ziehen..... 92 § 471

Nicht minder eine Perpendikular..... 93 § 472

Den Umfang einer Festung aufzunehmen.. 95 § 473

Wenn drei Punkte bekant, wie ein vierter, in dem man die Winkel messet, zu finden. 96 § 474

Auf-

Seite §.

Aufgaben vom Aufnehmen mit dem Mestische, als:
Die Entfernung eines unzugänglichen Punkts zu finden..... 160·495
Eben dasselbe..... 162·496
Den Abstand eines unbekanten Standpunktes von einer bekanten Linie mit Hülf der Magnetnadel zu finden.. 162·497
Nahe liegende Gegenstände aus einem Stande aufzunehmen..... 163·498
Die Abstände zweener Punkten von einer bekanten Linie in verschiedenen Fällen zu finden..... 164·499
Die Länge einer Linie zu finden, die nicht übersehen werden kan..... 172·501
Aus drei bekanten Punkten einen vierten zu finden, in dem man mit dem Mestisch stehet..... 172·502
Aus drei bekanten Punkten und zween wilkührlich angenommenen Ständen zween andere Punkten zu finden.. 176·503
Die Krümmungen eines Flusses zu messen. 177·504
Desgleichen einen krummen Weg durch Waldung..... 178·505
Den Hauptumfang eines Gebäudes zu entwerfen..... 180·506
Unterirdische Gänge aufzunehmen..... 181·507

Aufgaben von Nivelliren, als:
Den Höhenunterschied zweener Punkte aus einem Stande zu bestimmen..... 219·518
Eben dieses aus mehrern Ständen..... 222·519

Den

Seite §.

Den Durchschnit einer nivellirten Strecke zu entwerfen..... 225·520
Den Durchschnit von Festungswerkern zu nivelliren..... 228·521
Die Gränzen einer künstlichen Ueberschwemmung voraus zu bestimmen..... 233·522
Die Oberfläche einer Gegend zu nivelliren. 235·523
Den Kubikinhalt eines Erdhügels durch Hülfe des Nivellirens zu finden.... 240·524

Aufgaben verschiedene in die Artillerie einschlagende, als:
Den Punkt zu finden, in dem eine von einem feindlichen Werke gezogene Perpendikular auf einem Laufgraben trift. 242·525
Den Punkt zu finden, in welchen die Verlängerung einer Courtine auf einen Laufgraben trift..... 244·526
Die Lage der merkwürdigsten Gegenstände einer belagerten Festung so wohl als der Laufgräben und Batterien aufzunehmen..... 247·527
Aus der gegebenen Grösse eines Pulvermagazins die Menge des Pulvers zu finden, so darinnen geschlichtet werden kan, oder umgekeht..... 248·528
Den Punkt zu finden, in welchem die verlängerte Seellinie eines Stucks, die Visierlinie über die höchste Reiffen durchschneidet..... 252·529
Aus dem gegebenen Radius einer Stuckkugel, denn eines Kartätschenschrottes zu finden, davon drei in der See-

le

Seite §.

le des Stucks nebeneinander liegen
können..... 253 § 530
Den Kubikinhalt der Brustwehre einer
Batterie zu berechnen..... 254 § 531
Den Durchmesser einer Böllerkammer zu
finden, die eine gewisse Menge Pul-
ver fassen soll, deren Figur aber be-
stimt ist, und die Verhältnisse der
Dimensionen zu einander sind gegeben. 256 § 532
Aus dem gegebenen Kaliber der Kugel, den
Kaliber des Stucks, und umgekehrt
zu finden..... 263 § 536
Einen Kaliberstab einzuteilen..... 264 § 537
Die Schwere einer Bombe aus den äus-
sern und innern Durchmesser zu finden. 266 § 538
Aus einem Stücke einer Bombe ihre Durch-
messer und Schwere zu finden.... 268 § 539
Die erreichte Wurfweiten und Abweichung
aus der Richtungslinie beim Bom-
benwerfen zu finden..... 269 § 540

Aufgaben verschiedene in das Minenwesen
einschlagende, als:
Den Kubikinhalt eines Stück Mauerwerks
einer Minengallerie zu berechnen.. 270 § 541
Wie man sich vor einer belagerten Festung
mit einer Gallerie auf eine verlangte
Tieffe, und unter einen gewissen
Punkt absenket..... 271 § 542
Die Länge der Verdammung einer Minen-
gallerie zu finden..... 273 § 543
Wenn in einer Minengallerie ein Punkt
gegeben, wie der perpenditular über
ihn

ihn stehende, auf der Oberfläche der Erde zu bestimmen..... 274·544
Zu finden, wie tief ein gegebener Punkt einer Minengallerie unter der Oberfläche der Erde liegt..... 276·545
Einen neuen Minengang unter ein feindliches Logement zu treiben..... 277·546

Aufnehmen: trigonometrisch was es sei.. 115·479
Was bei der Besichtigung der aufzunehmenden Gegend zu beobachten.... 116·480
Was bei der Abmessung der Grundlinie.. 118·481
Was während der Operation..... 120·482
Bei der Berechnung der Dreiecke..... 124·483

Aufnehmen mit dem Mestisch, was es sei. 151·493
Verhalten dabei überhaupt..... 184·508
Und insbesondere..... 187·509
Vom Aufnehmen mit Schritten ohne Instrument..... 197·512
Astrolabium, siehe Winkelmesser.
Azimuth der Sonne, was es sei..... 140·490
Wie der Azimuthalwinkel zu finden.... 140·491

Berichtigung der Instrumenten zum Winkelmessen..... 49·444
Ferner..... 51·445
Ferner..... 63·455
Der Nivellirwagen..... 208 —
Ferner..... 209 —
Ferner..... 214 —
Ferner..... 215 —
Ferner..... 216 —

Seite §.

Deklination der Sonne was sie sei..... 137·487

Fernrohr, dessen Beschaffenheit bei Instrumenten zum Winkelmessen..... 42 —
Bei Nivellirwagen..... 213 —
Doppeltes mit zwei Objektivgläsern.... 214 —
Dessen Berichtigung..... 216 —

Glasröhre mit der Luftblase..... 209 —
Ihre Eigenschaften..... 210 —

Grundlinie, was bei ihrer Ausmessung zu beobachten..... 118·481

Himmelskugel, Erklärungen derselben..... 132·485

Horizont, was der wahre und scheinbare.... 57·447
Wie ihr Unterschied zu finden..... 59·454
Tafel davon..... 62 —

Höhen-oder Tiefenwinkel, was bei ihrer Beobachtung sich ereignet, in sofern die Objekte sehr weit entlegen..... 80·464
Wie sie zu verbessern..... 87·469
Wie sie durch die Strahlenbrechung verändert werden..... 83·467

Instrumente zum Aufnehmen mit dem Mestisch..... 154·494

Logarithmen der Sinusse von 1 Sekunde bis 32 Min..... 282 —

Mes-

Seite §.

Mestisch seine Beschaffenheit..... 154=494

Mikrometer inneres und äusseres..... 45 —
Wie es zu untersuchen..... 52 —
Wie damit bei der Winkelsbeobachtung zu verfahren..... 55 —

Mittagskreis und Linie was sie sei..... 133'485
Wie der Winkel zu finden, den sie mit einem nach einen andern Ort gehenden Visierstrahl machet..... 140'491

Nivelliren was es sei..... 200=513

Nivellirwage, die Beschaffenheit der bekantesten. 206=517
Nivellirwage mit der Luftblase..... 212 —

Nonius, bei den Winkelmessern..... 45 —
Wie er zu untersuchen..... 52 —
Wie man die Grade der Beobachteten Winkel darauf zählet..... 53 —
Und sie aus der verfertigten Tafel verbessert. 54=446

Polhöhe, die eines Orts zu finden..... 140=489

Prüfung der Instrumente zum Winkelmessen..... 49'444
Der Teilungspunkte..... 51'445

Rechtwinkelichte Dreiecke, ihre trigonometrische Auflösung:
Wenn in denselben die zwo Seiten des rechten Winkels gegeben..... 16'432
Wenn die Hypothenuse und noch eine andere Seite gegeben..... 19'433
Wenn eine Seite des rechten Winkels und ein spitziger Winkel gegeben..... 20'434

Wenn

Seite §.

Wenn die Hypthenuse und ein spitziger Winkel gegeben.. ..... 21‘435

Reduktion der Winkel auf einen verlangten Horizont.. ..... 103‘476
Auf den wahren Punkt..... 109‘477

Rektifikation, siehe Berichtigung.

Refraktion, siehe Strahlenbrechung.

Sekant und Cosekant..... 6‘426 u. 427

Schiefwinkelichte Dreiecke, ihre trigonometrische Auflösung, als:
Wenn eine Seite und die daran liegende Winkel gegeben..... 24‘437
Wenn zwo Seiten und ein einer derselben entgegenstehender Winkel gegeben... 26‘438
Wenn zwo Seiten und der dazwischen begriffene Winkel gegeben..... 32‘440
Wenn alle drei Seiten gegeben..... 36‘442

Sinus was er ist..... 4‘421
Was der Sinus des Complements oder Cosinus..... 5‘422
Was der Sinus versus.. ... . 5‘423
Was der Sinus totus.. ..... 7‘428
Wie die Sinusse in den Tafeln zu finden... 11 —
Die Sinusse, Tangenten und Sekanten der Winkel eines rechtwinkelichten Dreiecks, stehen mit den ihnen entgegengesezten Seiten in Proportion..... 15‘430

Seite §.

In iedem Dreiecke verhalten sich die Si-
nusse der Winkel, wie die ihnen
entgegenstehende Seiten..... 22-436

Sonnenhöhe, wie sie zu messen..... 135-486

Strahlenbrechung, verändert die beobachte
Höhen-und Tieffenwinkel..... 83-467
Wie ihr Betrag zu finden..... 84-468
Tafel dazu..... 86 —
Wie die Verbesserung der Winkel daraus
gemacht wird..... 87-469
Betrag derselben bei den Sonnenhöhen . 137 —
Tafel zur Verbesserung der Strahlenbre-
chung beim Nivelliren..... 205 —

Tangent und Cotangent..... 5-424

Trigonometrie was sie sei..... 1-420

Winkelmesser, seine Beschaffenheit..... 40-443
Dessen Prüfung und Berichtigung..... 49-444
Wie die Grösse seiner Teilungsfehler ge-
funden wird..... 51-445
Wie mit einem unrichtig eingeteilten die
Winkel zu beobachten..... 54-446
Wie er zu Höhen-oder Tieffenwinkelsbeob-
achtungen zu berichtigen..... 63-455

Winkel am Mittelpunkt der Erde, wie er
zu finden..... 84-468
Tafel dazu..... 86 —

Nach-

Nachtrag

Der in dem Theoretischen Teil der Geometrie noch wahrgenommenen Druckfehler, und ihre Verbesserungen.

Seite.	Zeile.	lis	anstaat.
33	27	E	C.
33	29	C	B.
52	3	Beschreibet aus beiden Endpunkten A u. B die sich	Beschreibet nach eben dem Verfahren wie §. 48. gezeigt worden die sich.

Die Anmerkungen nach §. 50. gehören eigentlich nach §. 48.

71	14	FG	FC.
72	21	Folgende Worte bleiben aus	und dann eine Parallel CI zu AG, und eine andere CF zu AD.
73	13	daß auch die Winkel.	daß die auf die Winkel.
96	5	setzet einen andern BD Perpendikular darauf.	setzet eine Perpendikular BD darauf.
96	14	sind auch ihre vier Seiten.	sind auch ihre entgegenstehende Seiten.
104	3	AD : DB	AD : AC.
112	34	30 und 9°	50 und 7.
113	4	= 12°. 30′	= 12°. 50′.
136	17	FE — GE	FE — DF.
137	1 u. 2	FE — GE	FE — DF.
145	20	nach §. 151.	nach §. 133.
195	11	$= \frac{4}{6}$	$= \frac{6}{4}$.
203	12	$\frac{155576''}{864}$	$\frac{21608}{864}$
247	20	regelmässigen	geraden.

Ver-

Verbesserungen

Der im gegenwärtigen Teil indessen wahrgenommenen Druckfehlern.

Tab. I. Fig. 1. ist unten der Buchstabe R ausgelassen.

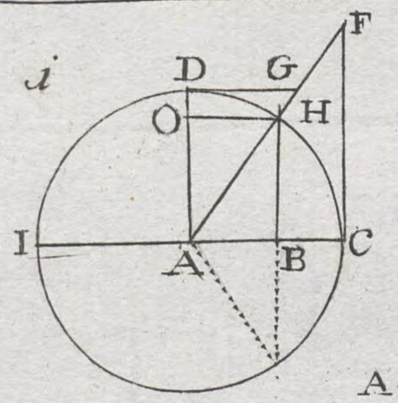
Seite.	Zeile.	lis	anstaat.
		119138139	119138139
20	3.4.5	20934217	20934217
		98203922	98203922
22	10	seiner Charakteristik.	seine Charakterist.

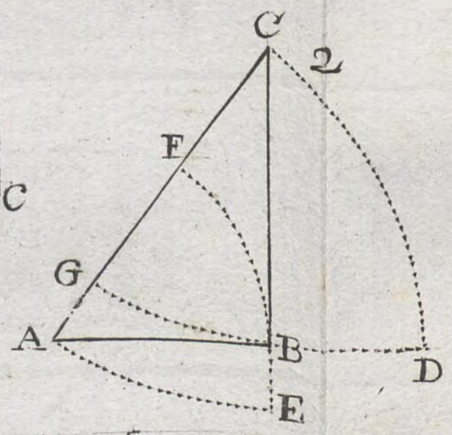
Tab. I. Fig. 15. stehet unter A der Buchstabe D; sol P sein.

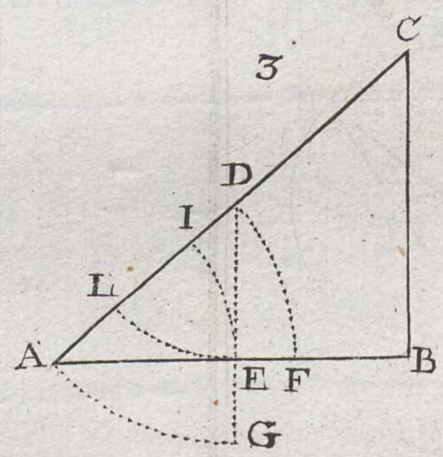
167	13	unzugänglich	unzulänglich.

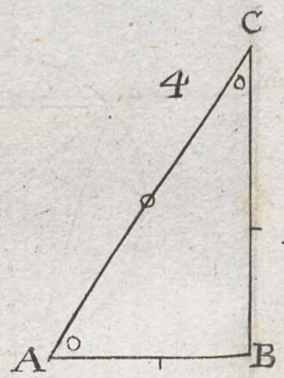
Verbesserungen der Druckfehler im gegenwärtigen Teile.

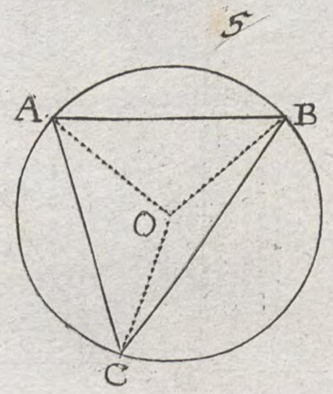
Seite	Zeile.	Lis	Anstaat.
5	7	zur Ausmessung	die Ausmessung.
28	11	der Schenkel	die Schenkel.
33	2	nöhtiget	nöhtig ist.
37	5	4 Sch. 8 Zol 9 Lin.	4 Zol 8 Lin. 9 Punkt.
100	27, 28,	HGl	HGL.
113	4	AE	AB.
131	13	worden	werden.
132	11	Winkel B	Winkel 7.
141	24	Fig. 62.	Fig. 104.
142	27	§. 170.	§. 171.
161	19	Mittelpunkt D	Mittelpunkt A.
179	16	und leztere	und sie.
191	22	48′′′ Q.	48 Q.
202	24	$7700'''Q. = 8'''.$	$7700Q. - 8'''.$
209	23	ein schiefes	schief.
209	19	138. 139. 141.	Fig. 138. 139. 140.
252	15	der einem gegebenen	der mit einem.
253	22	die kleinere	die kleinern.
276	18	$\frac{pa^2}{d}$	$\frac{pa^2}{d}$.

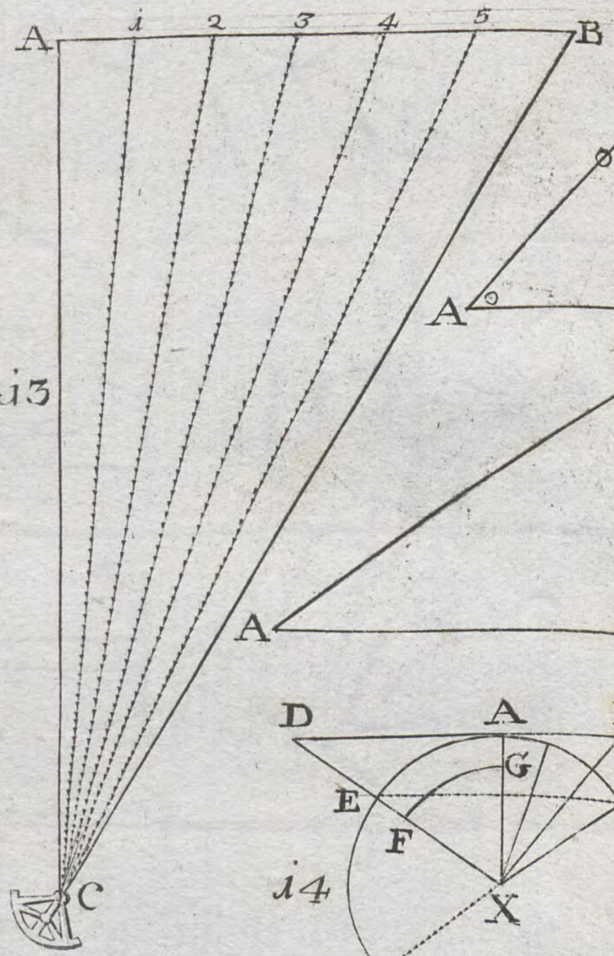

1
D
G
F
O
H
I
A
B
C

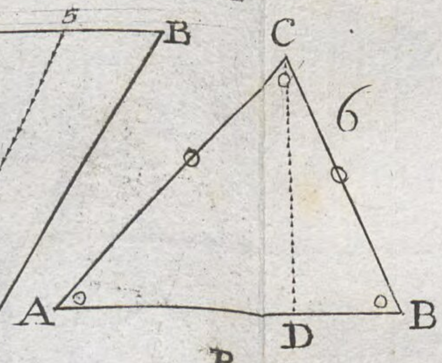

C
2
F
G
A
B
D
E

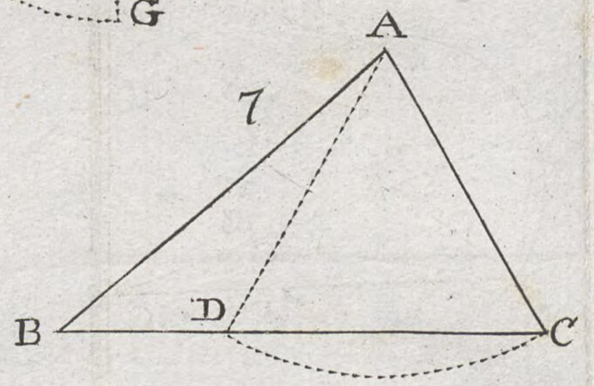

3
C
D
I
L
A
E F
B
G

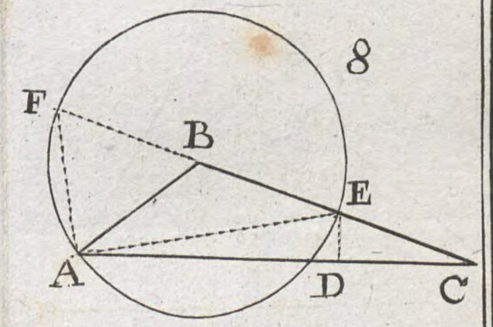

4
C
A
B

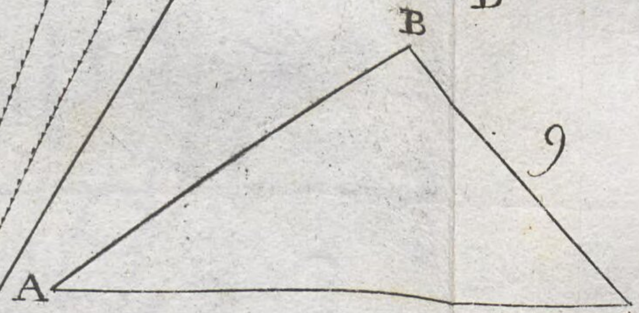

5
A
B
O
C

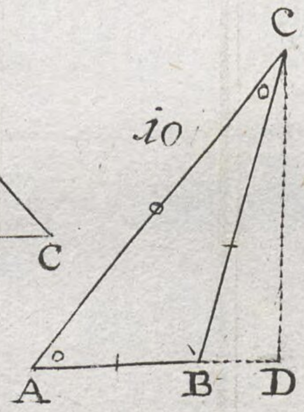

A
1
2
3
4
5
B
13
C

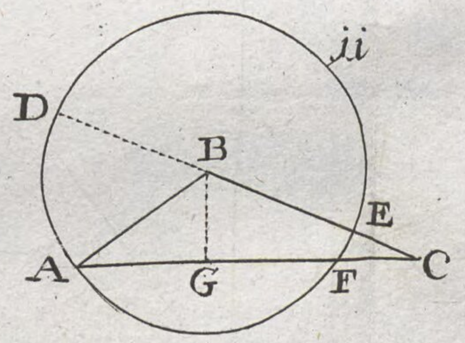

C
6
A
D
B

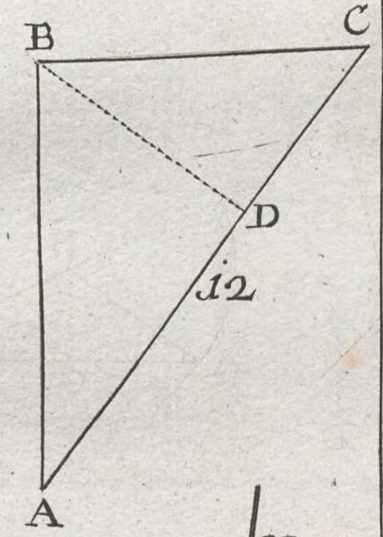

7
A
B
D
C

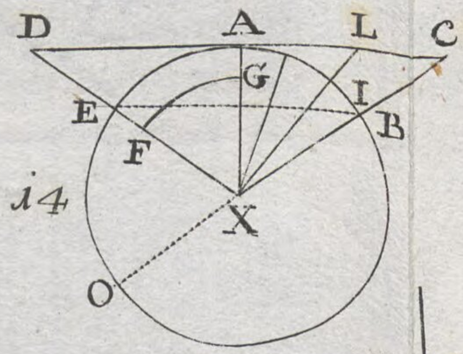

8
F
B
E
A
D
C

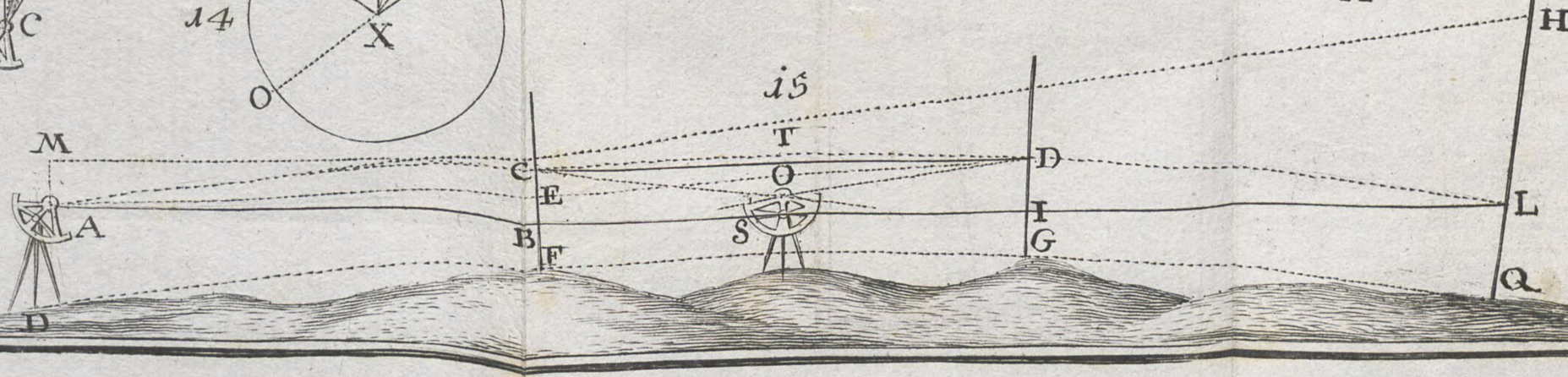

B
9
A
C


C
10
A
B
D


11
D
B
E
A
G
F
C


B
C
D
12
A


D
A
L
C
G
E
I
B
F
14
X
O


15
H
M
T
C
D
O
E
I
L
A
B
S
G
F
Q
D

16

17

18

19

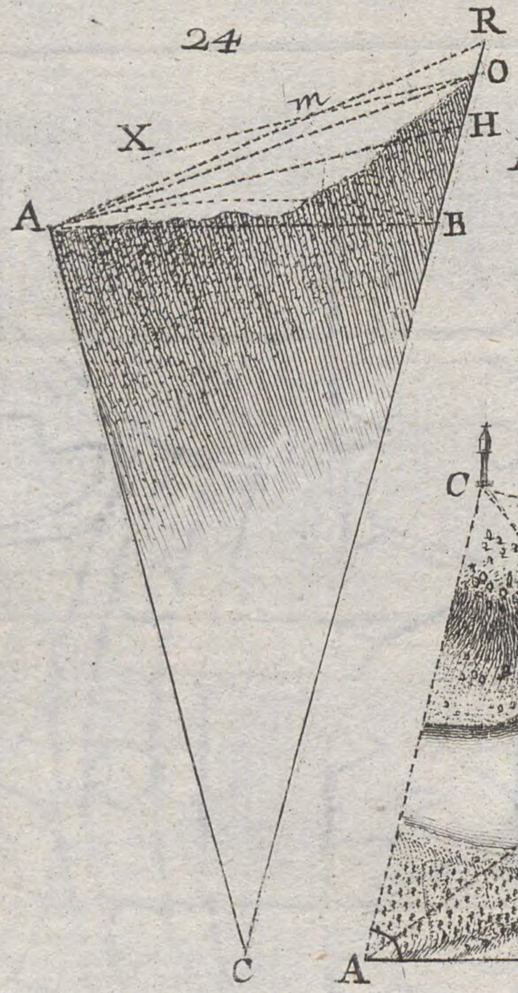
20

21

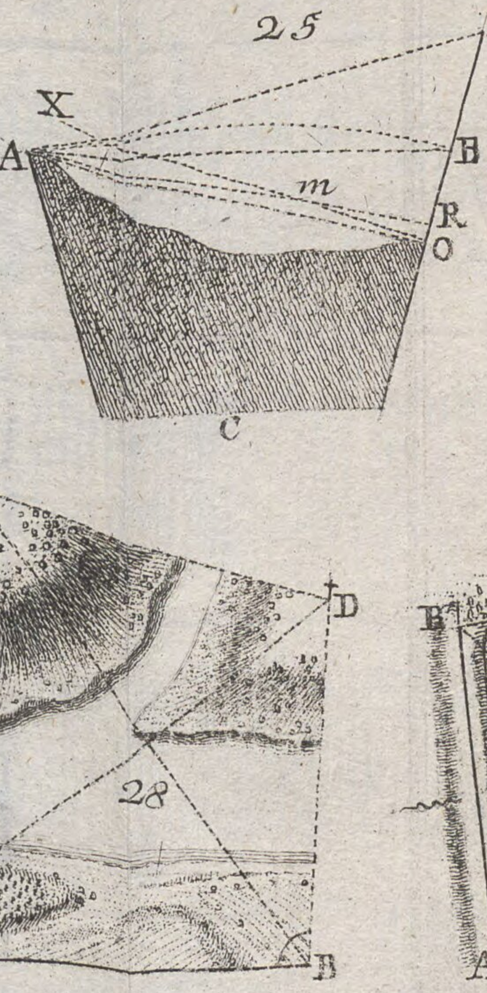
22

23

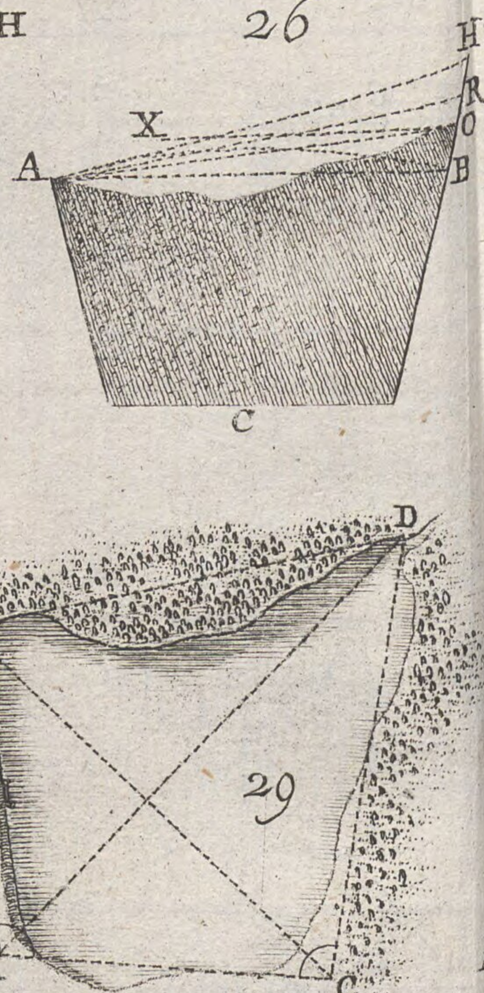
24



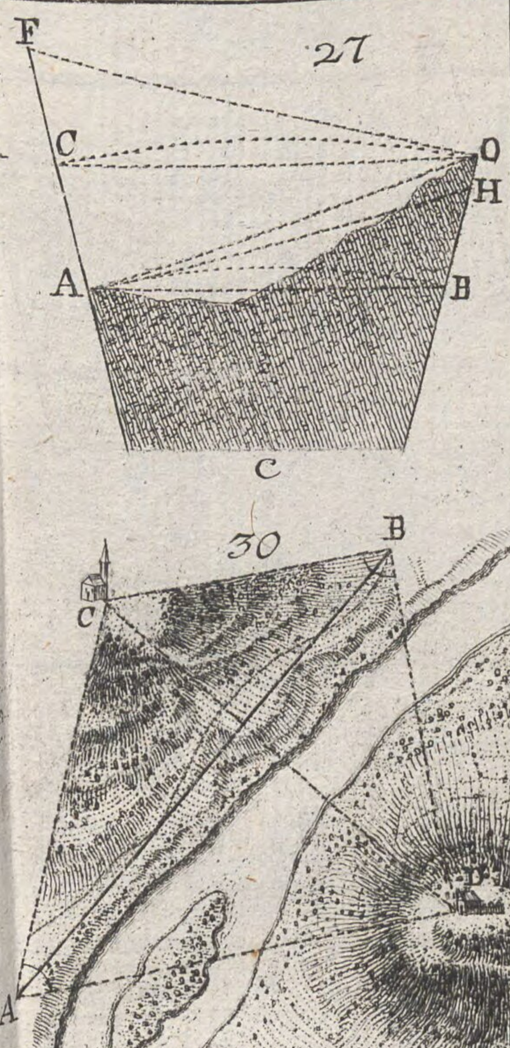
25



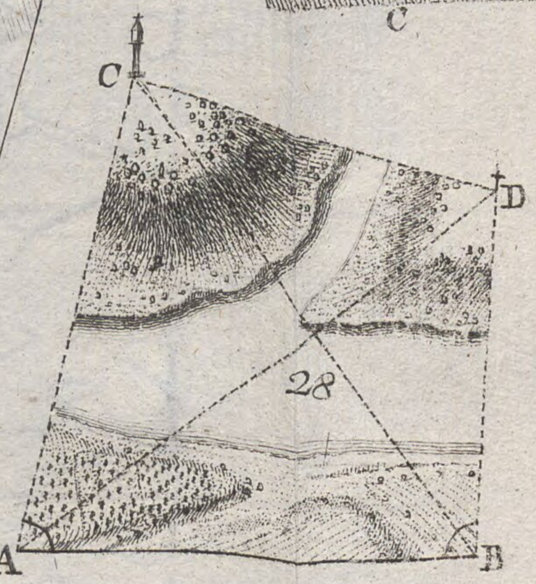
26



27



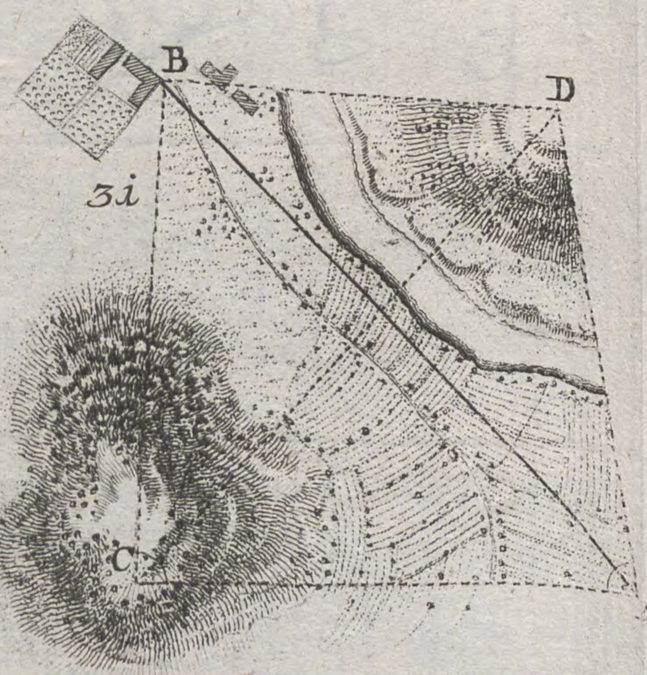
28



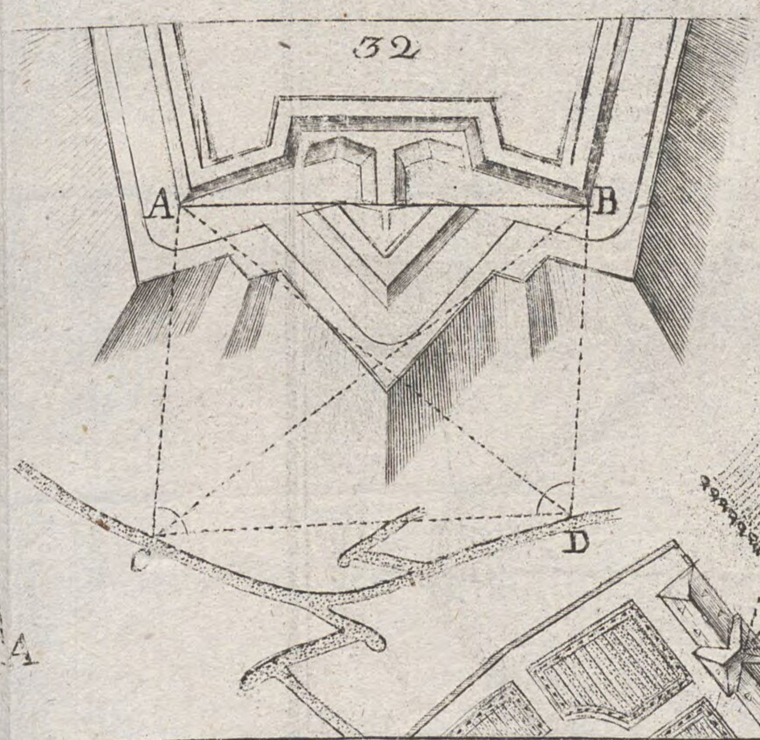
29

30

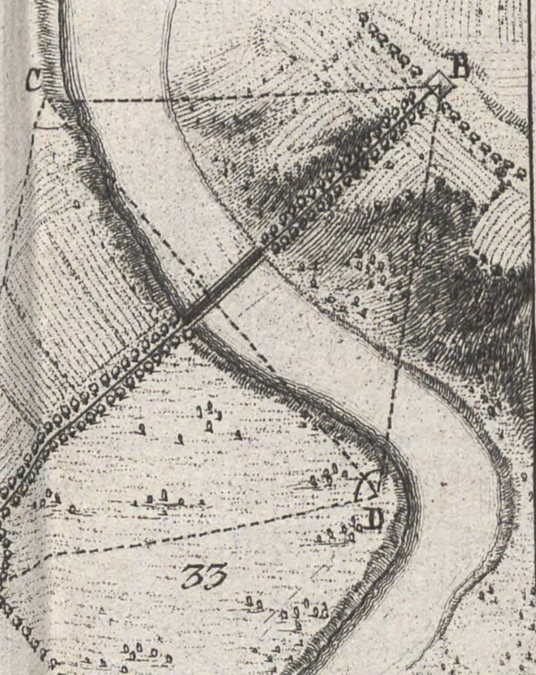
31



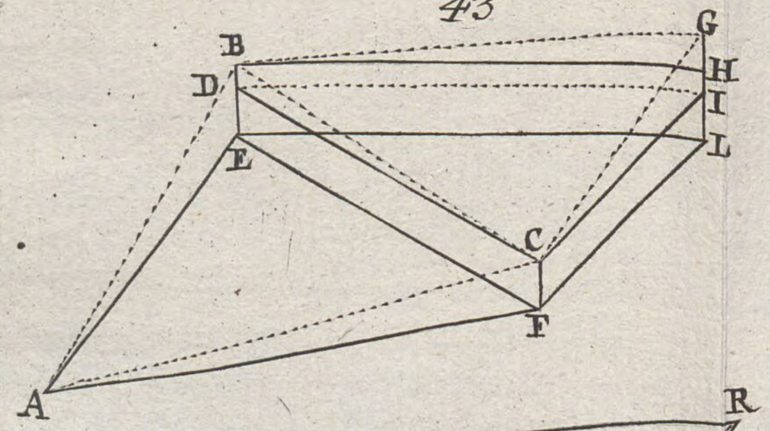
32



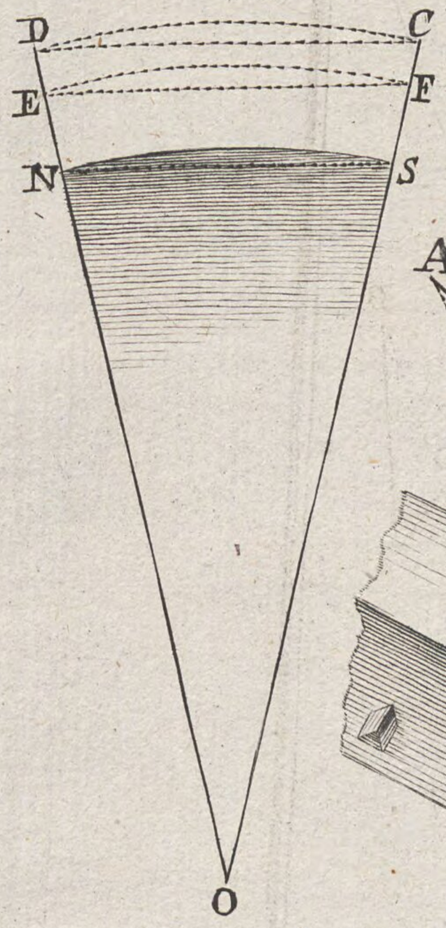
33

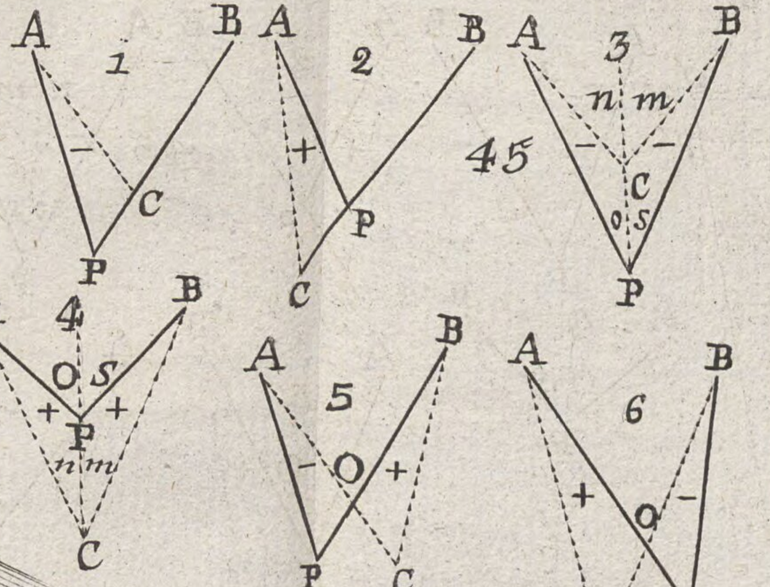


43



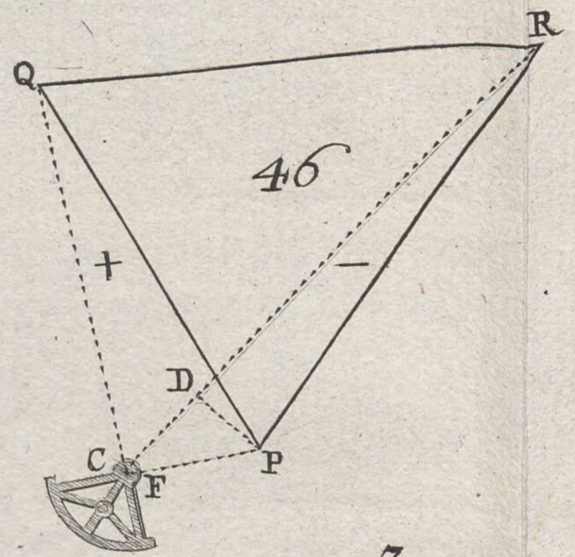
44

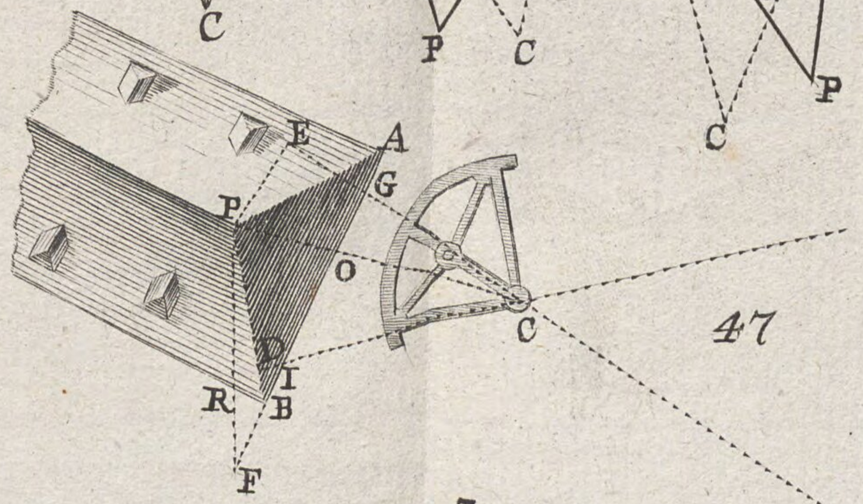




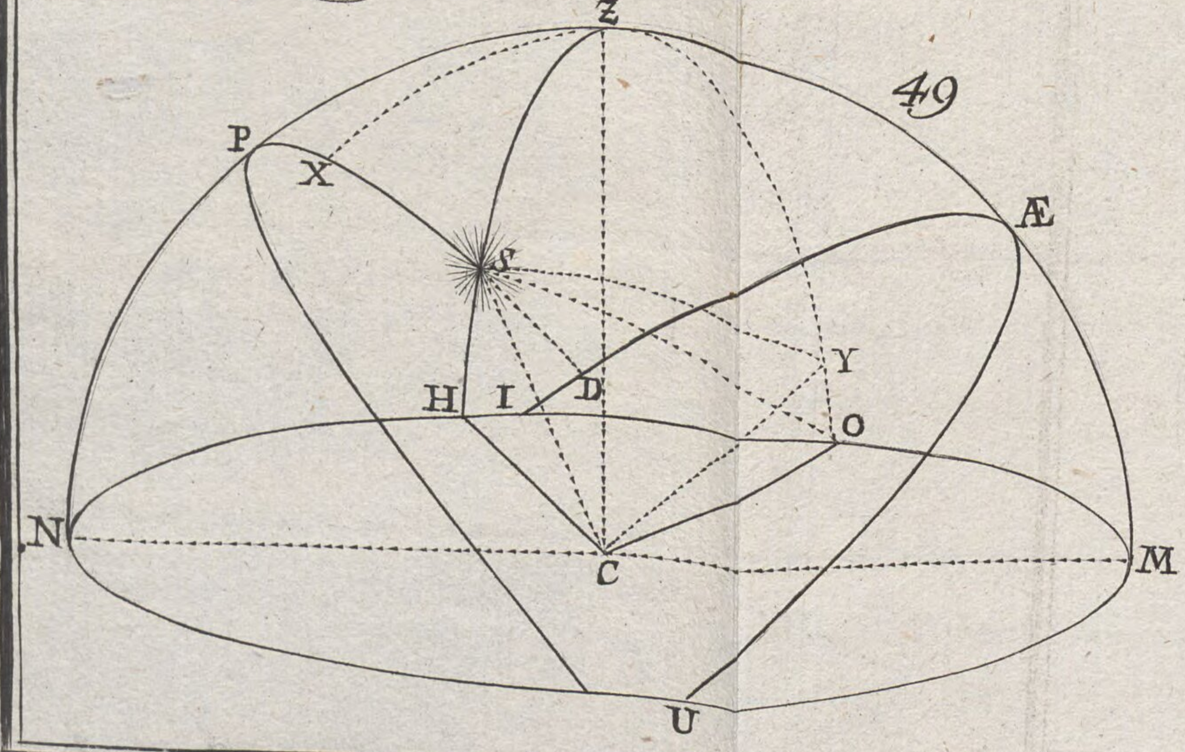
45

46



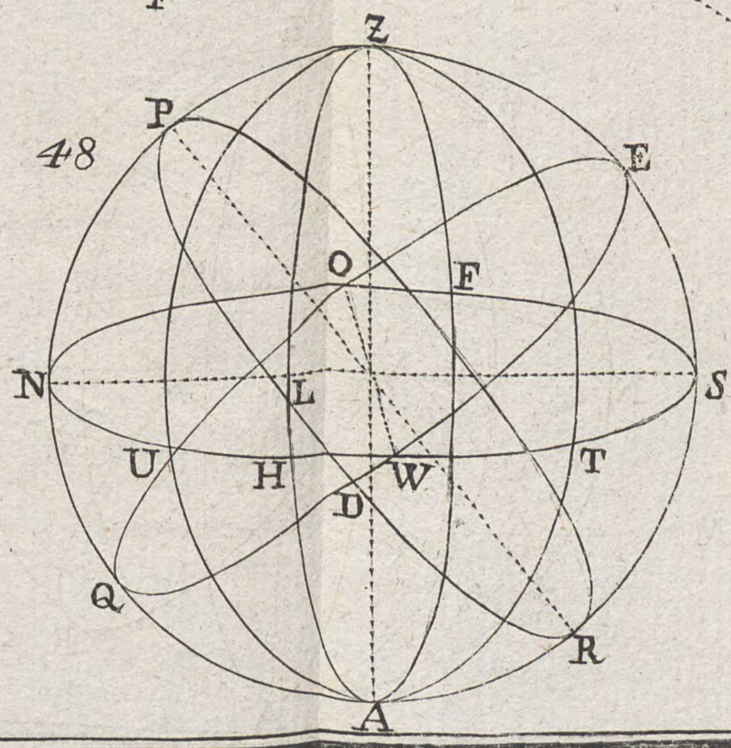


47

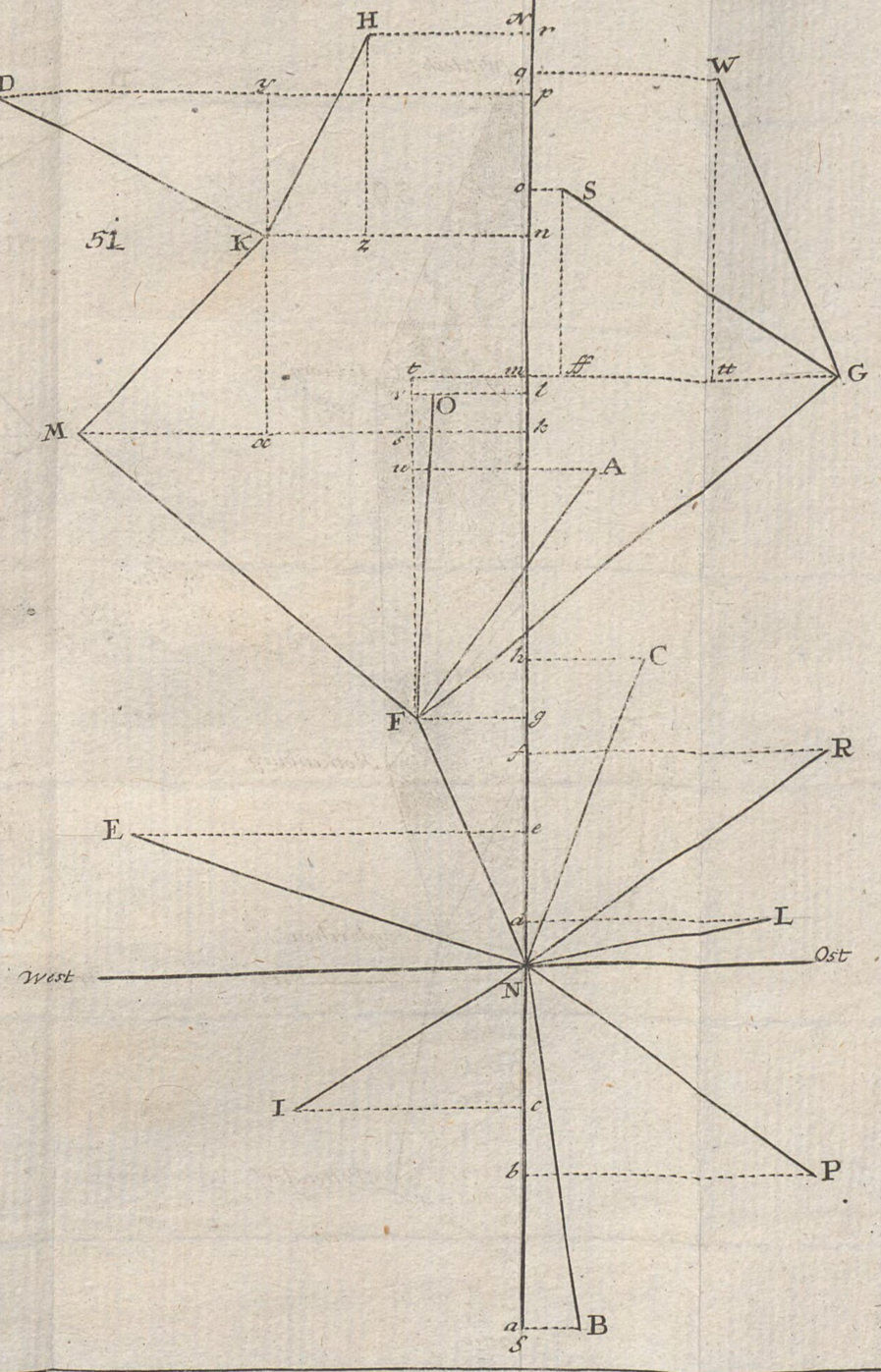


49

48



50
Nord
Hohenstein
Dürrenfeld.
Wildeck
Klenstaldt
Schaubeck
Oberkage
St. Margar.
St. Georg
Abtey
Capelle
Felsenhof
Rothenburg
Einsiedelei
Langkirchen
West
Neuschloss
Ost
Jagdhaus
Pottendorf
Bärenau
Süd


51
H
N
r
D
v
q
W
p
o
S
K
z
n
t
u
ff
tt
G
M
O
l
k
x
A
C
h
F
g
f
R
E
e
a
L
West
Ost
N
I
c
b
P
a
B
s

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

Neuschloss

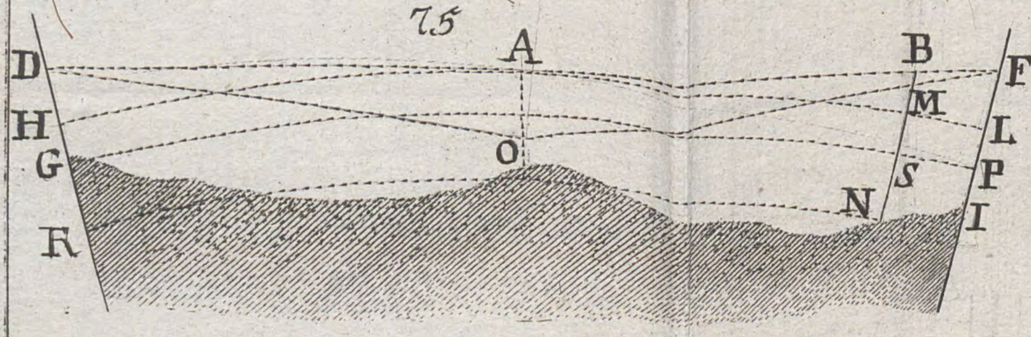
Jagdhauss

Pottendorf.

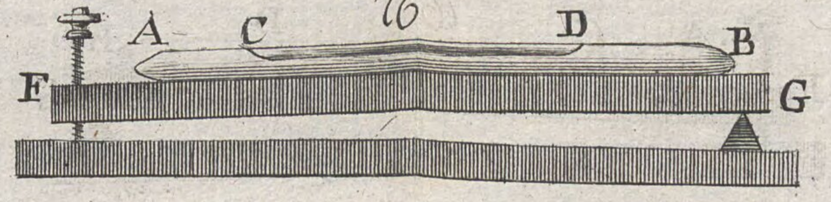
Mittags Linie

Bärenau.

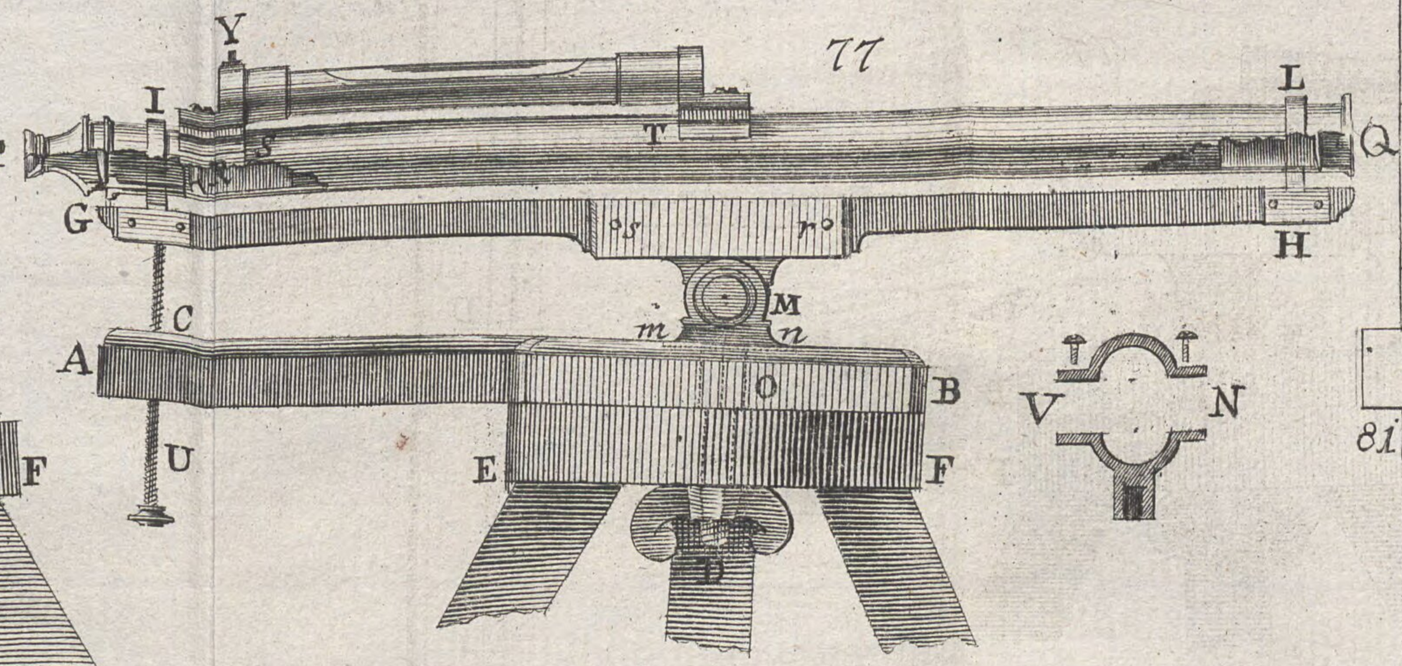
75



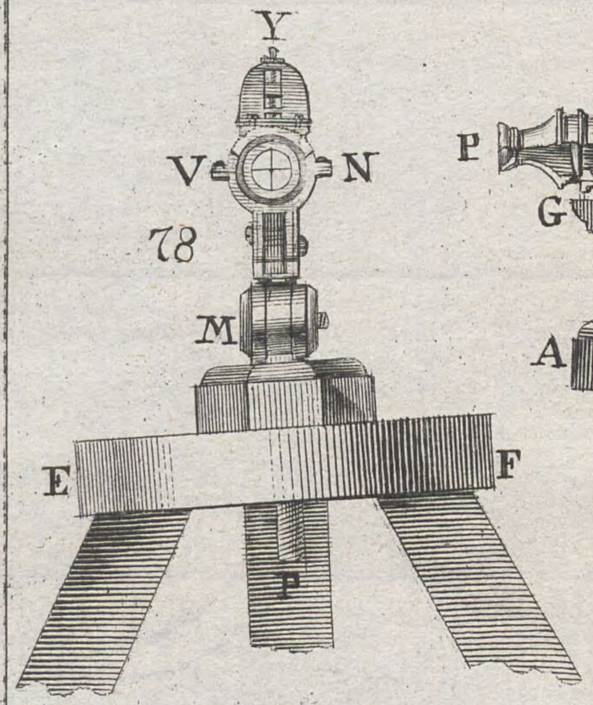
76

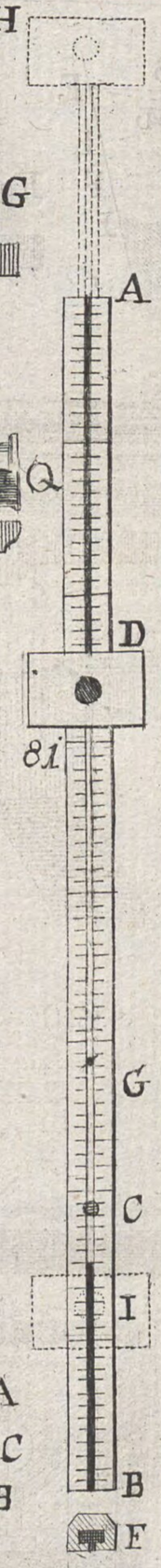


77

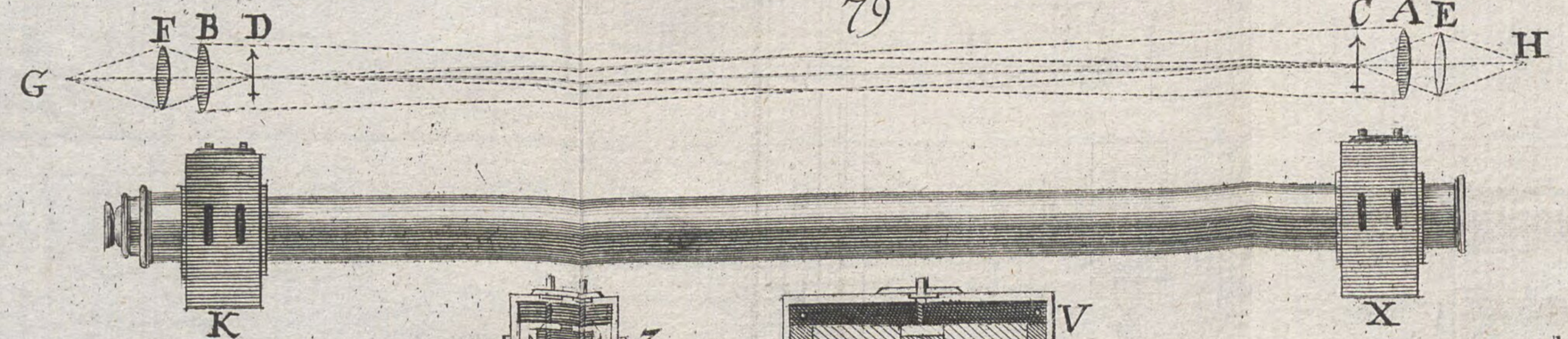


78

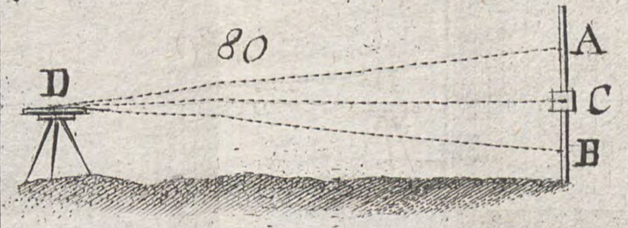




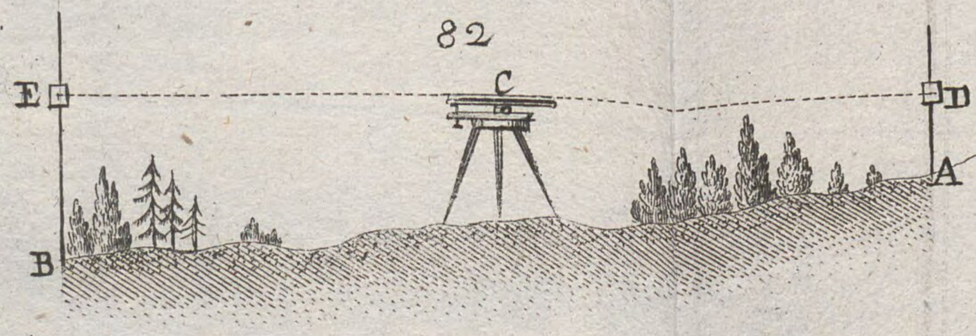
79



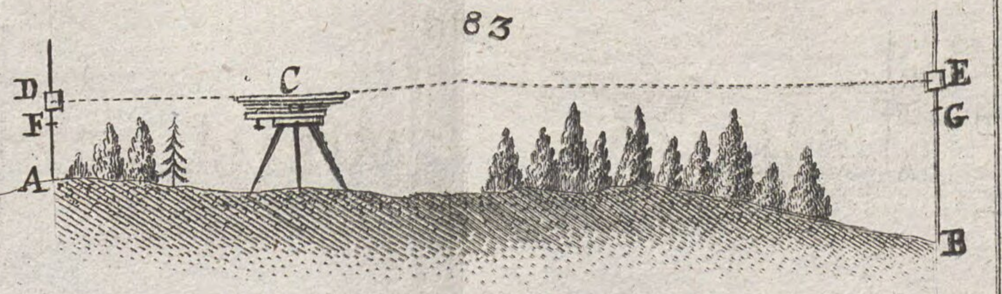
80



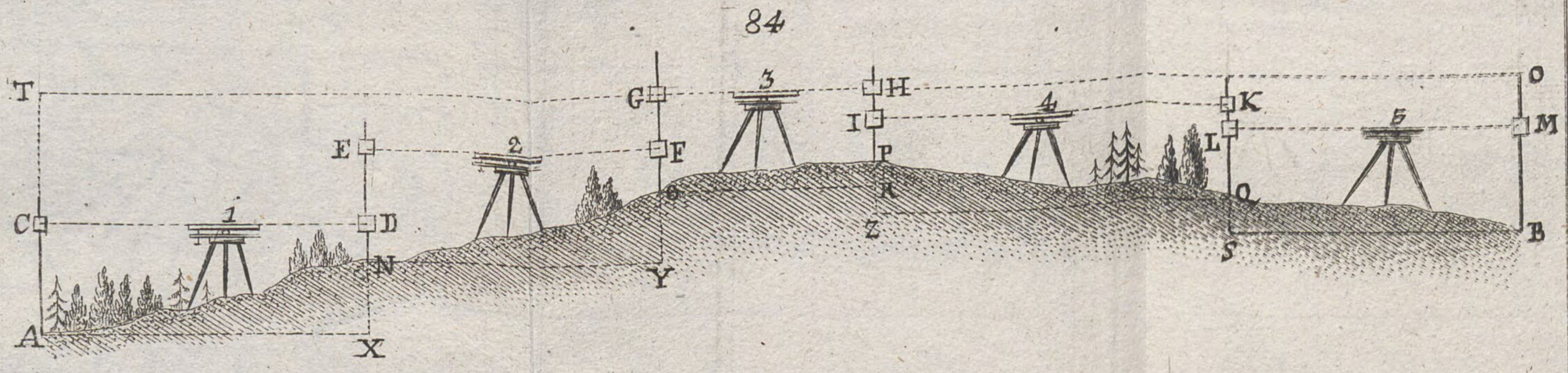
82


E
C
D
A
B

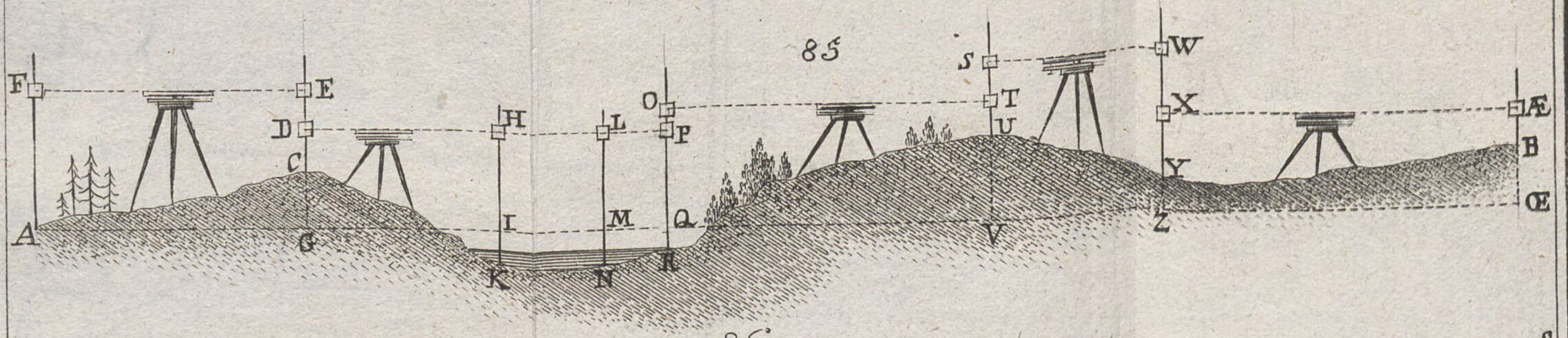
83


D
F
C
E
G
A
B

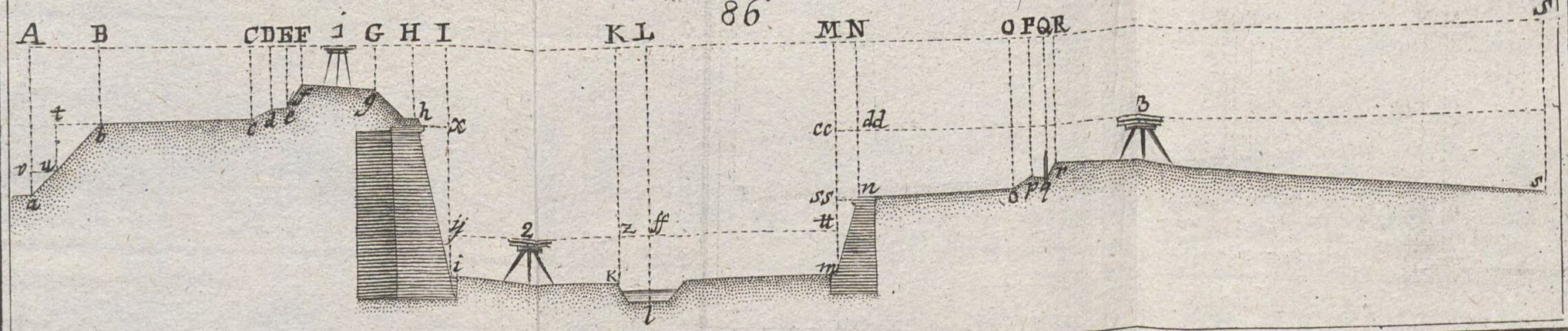
84


T
G
3
H
O
E
2
F
I
4
K
M
1
C
D
P
L
5
N
Q
A
X
Y
Z
S
B

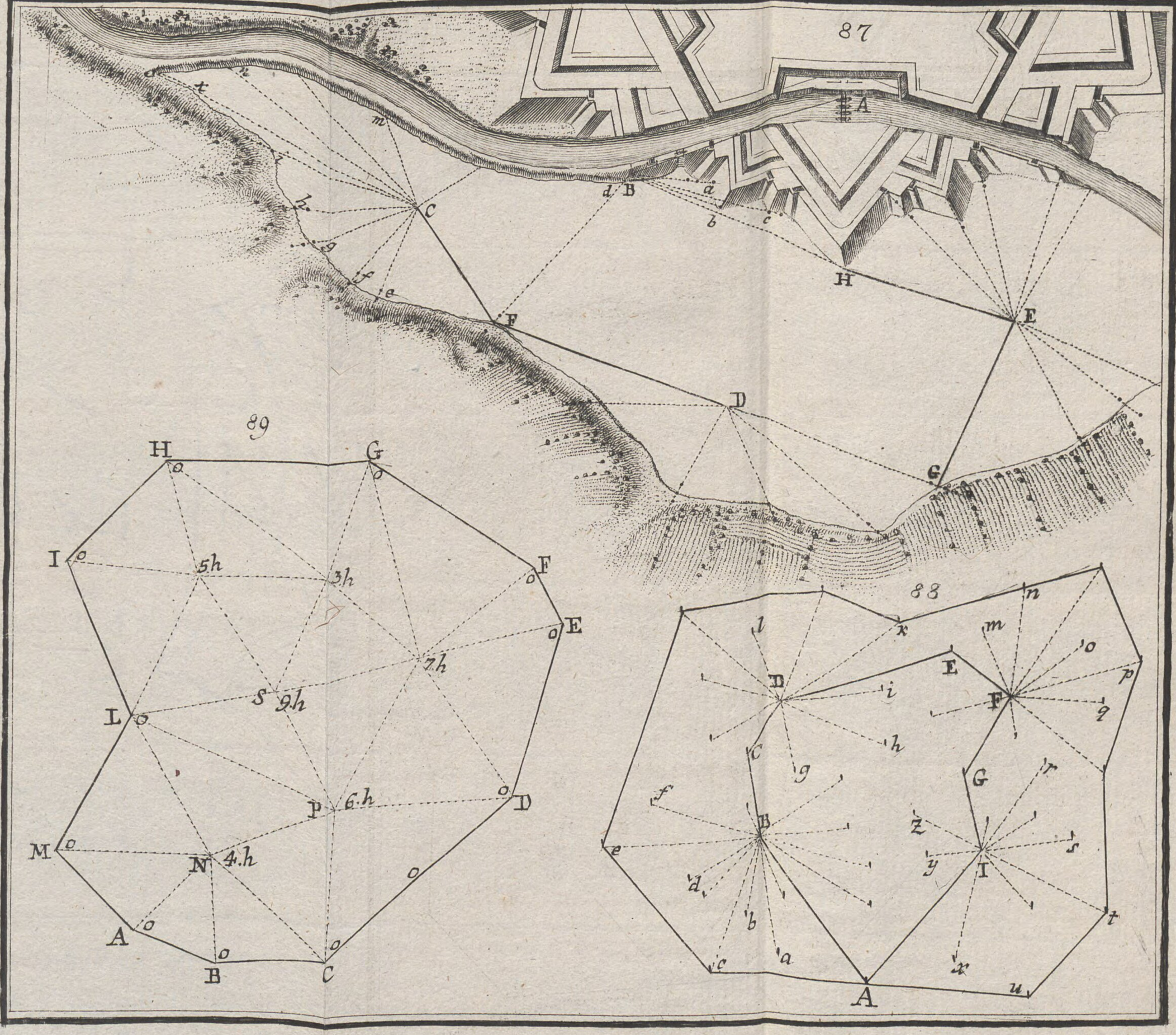
85


F
E
S
W
D
H
L
O
T
X
Æ
C
U
B
Y
A
G
I
M
Q
V
Z
K
N
R
Œ

86


A
B
CDEF
1
G
H
I
KL
MN
OPQR
S
t
b
c
d
e
f
g
h
x
v
u
z
y
i
2
z
ff
K
l
cc
dd
3
ss
n
tt
m
o
p
q
r
s

87


A
B
C
D
E
F
G
H
a
b
c
d
e
f
g
h
i
k
l
m

89

H
G
I
F
E
L
P
D
M
N
A
B
C
5h
3h
7h
9h
6.h
4.h
S

88

A
B
C
D
E
F
G
I
a
b
c
d
e
f
g
h
i
l
m
n
o
p
q
r
s
t
u
x
y
z

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

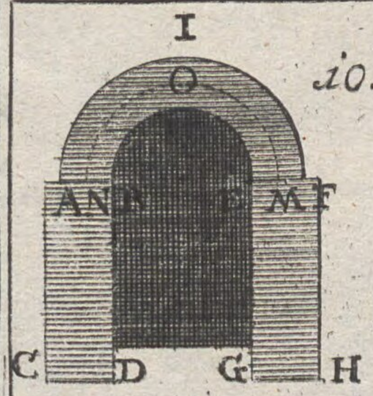
101

102

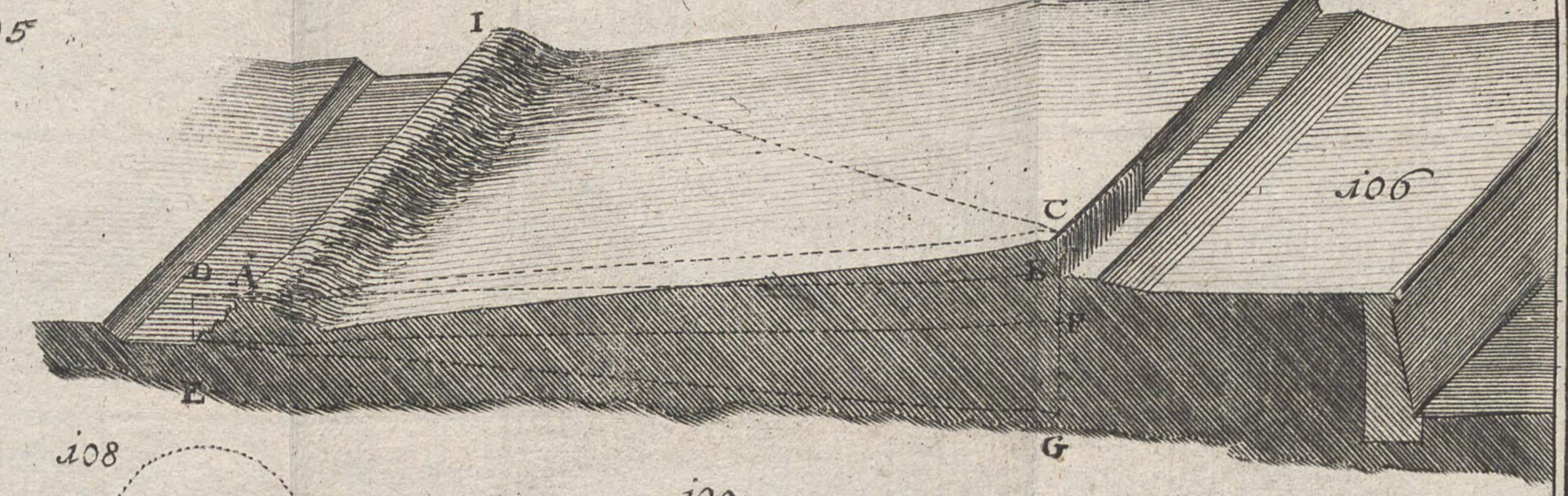
103

104

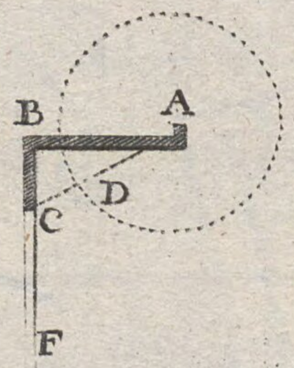
105



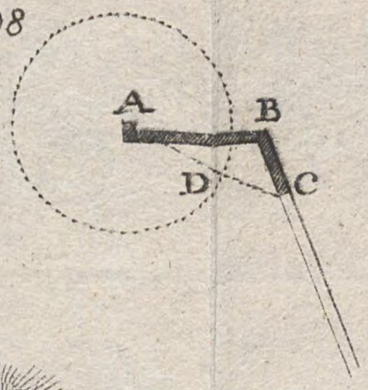
106



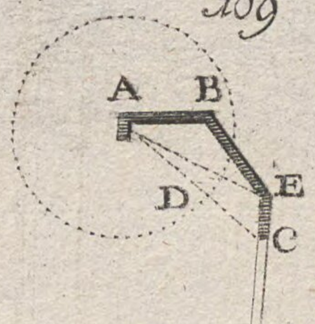
107



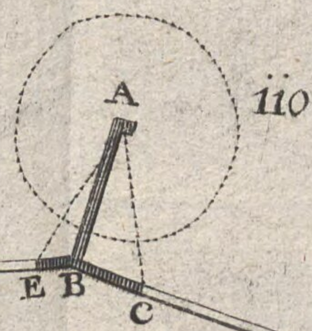
108



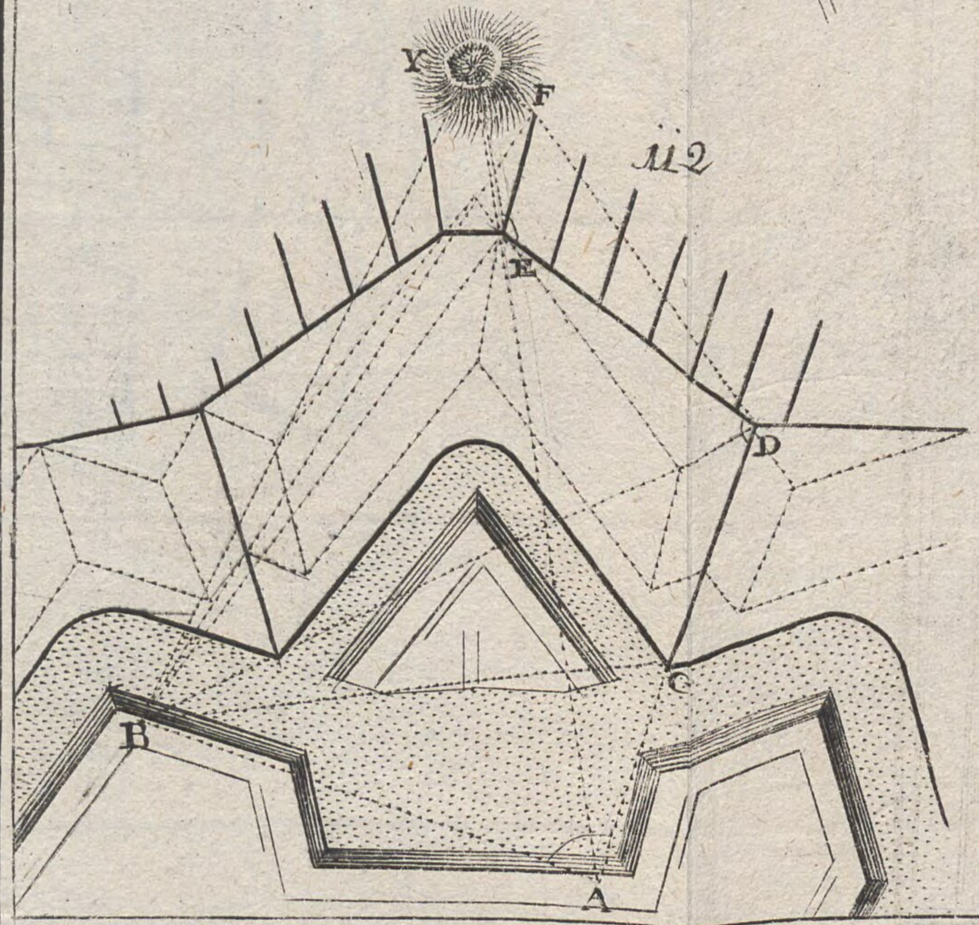
109



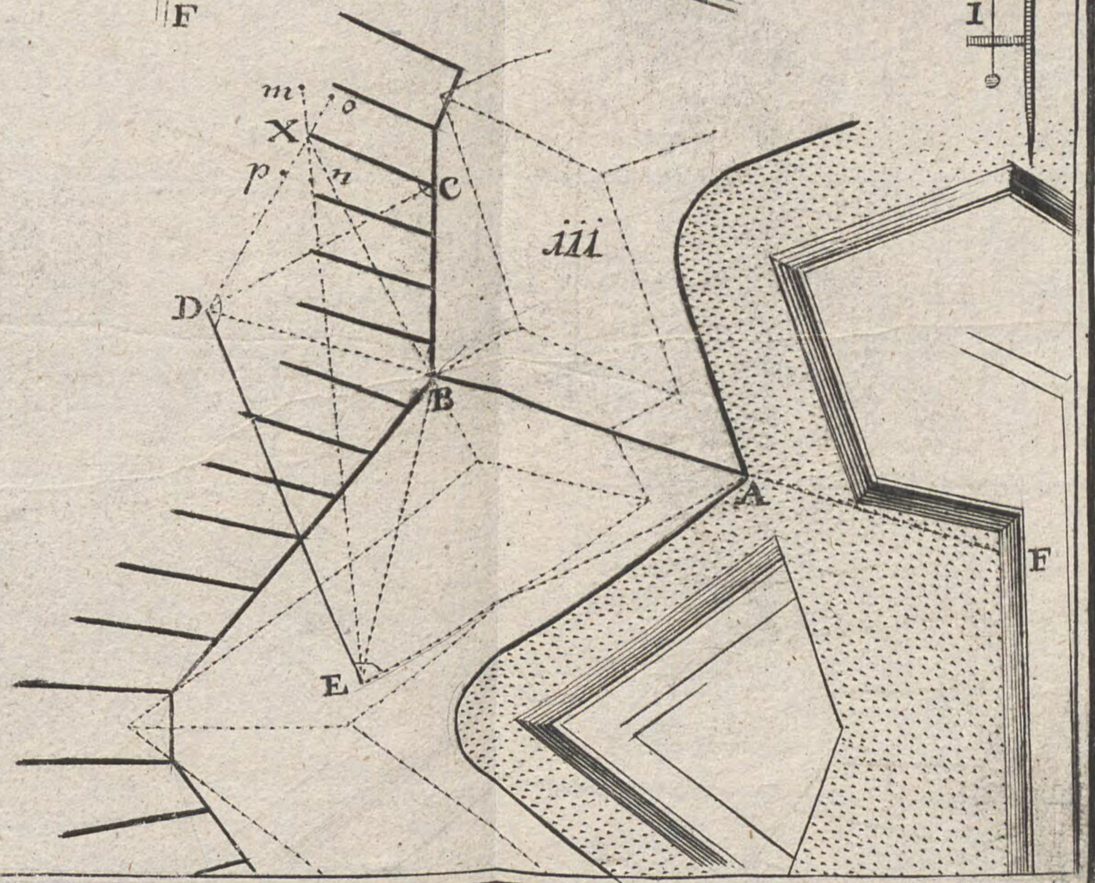
110



112



111



BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Unterberger, Leopold <<von>>,

Anfangsgründe der Mathematik zum Gebrauche der mathematischen Schule des kaiserl. königl. Artilleriekorps

Bd.: 2,2

Wien 1776

Math.u. 201-2,2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10625608-6
VD18 80384943-001